E4

Fondamenti di Dinamica di Processo

Il Modello Matematico

Per comprendere e studiare il comportamento di un sistema fisico:

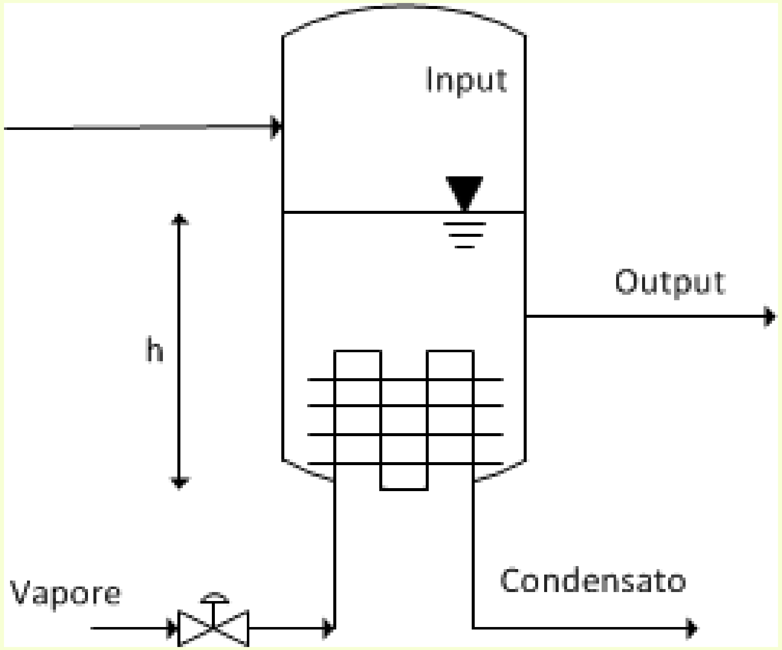
- Approccio sperimentale
  - Laboratorio
  - Strumentazione
  - Tempistiche
  - Black-box
- Approccio matematico
  - Assenza di impianto/strumentazione
  - Equazioni
  - Metodi numerici
  - White-box

Il Ruolo del Modello nel Controllo di Processo

Se si vuole controllare un processo, perché è necessario sviluppare un modello?

- L'impianto potrebbe non esistere (fase di design)
- L'impianto esiste, ma non conviene fare sperimentazioni

Esempio:

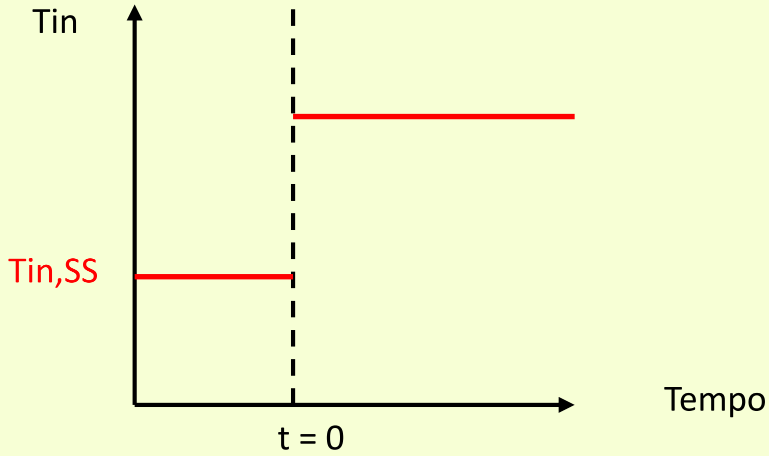


Modello Matematico

- Bilancio di energia sul serbatoio: $$m c_P \frac{dT}{dt} = V \rho c_P \frac{dT}{dt} = F_{in} \rho c_P \left(T_{in} - T_{out}\right) + Q$$
- Se il serbatoio opera in condizioni stazionarie:

$$m c_P \frac{dT}{dt} = V \rho c_P \frac{dT}{dt} = F_{in} \rho c_P \left(T_{in} - T_{out}\right) + Q = 0 \quad \Rightarrow \quad F_{in} \rho c_P \left(T_{in} - T_{out}\right) + Q = 0$$

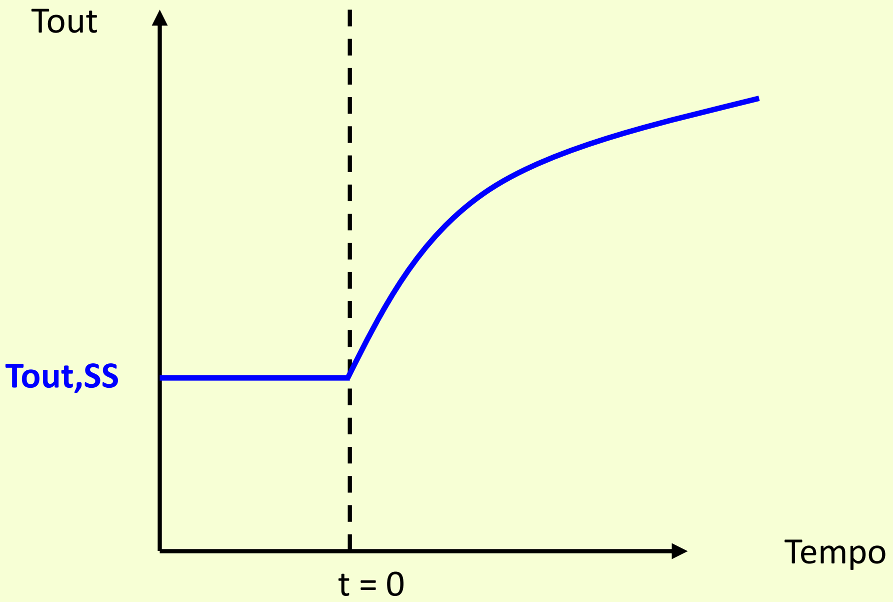
- Ma se le condizioni variano nel tempo (disturbi, cambi di produzione…):



è necessario caratterizzare il comportamento dinamico del sistema.

Modello Matematico

Risultato:



Principio di Conservazione

Per caratterizzare un processo chimico, o comunque un qualsiasi fenomeno fisico, sono necessari:

- una serie di variabili opportunamente scelte in modo da monitorare il comportamento del processo (o dei fenomeni coinvolti)
- una serie di equazioni che mettano in relazione tra loro queste variabili

Principio di Conservazione:

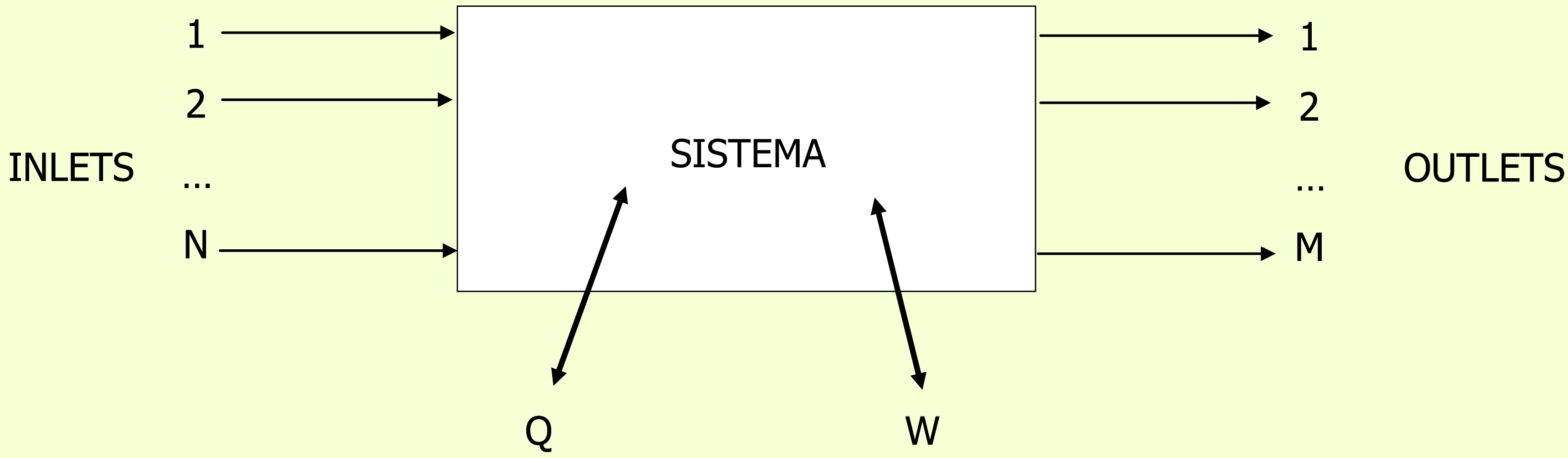
$$\frac{\begin{bmatrix}\text{accumulo di } S\\ \text{in un sistema}\end{bmatrix}}{\text{tempo}}=\frac{\begin{bmatrix}\text{portata di } S\\ \text{nel sistema}\end{bmatrix}_{in}}{\text{tempo}}-\frac{\begin{bmatrix}\text{portata di } S\\ \text{nel sistema}\end{bmatrix}_{out}}{\text{tempo}}+\frac{\begin{bmatrix}\text{quantità di } S\\ \text{prodotta nel sistema}\end{bmatrix}}{\text{tempo}}-\frac{\begin{bmatrix}\text{quantità di } S\\ \text{consumata nel sistema}\end{bmatrix}}{\text{tempo}}$$

dove S può essere la massa totale, la massa del singolo componente, l'energia totale o la quantità di moto.

Remark

Nei processi chimico-fisici che verranno analizzati durante il corso, vige il principio di conservazione della massa totale e dell'energia totale

Equazioni di Bilancio



Con:

$\rho =$ densità della materia nel sistema

$\rho_i =$ densità del componente i nel sistema

$V =$ Volume totale del sistema

$F_i =$ Portata volumetrica del componente i

$n_A =$ Numero di moli del componente A

$c_A =$ Concentrazione del componente A

$c_{A,i} =$ Concentrazione del componente A nella corrente i

$r_A =$ velocità di reazione volumetrica per il componente A nel sistema

$h_i =$ entalpia specifica della corrente i nel sistema

$U, K, P =$ energia interna, cinetica e potenziale all'interno del sistema

$Q =$ quantità di energia scambiata dal sistema con l'ambiente circostante per unità di tempo

$W =$ Lavoro scambiato dal sistema con l'ambiente circostante per unità di tempo

Equazioni di Bilancio

Bilancio globale di massa:

$$\frac{dm}{dt} = \frac{d(\rho V)}{dt} = \sum_{i=1}^{n^\circ inlet} \rho_i F_i - \sum_{j=1}^{n^\circ outlet} \rho_j F_j$$

Bilancio massico sul singolo componente:

$$\frac{dn_A}{dt} = \frac{d(c_A V)}{dt} = \sum_{i=1}^{n^\circ inlet} c_{A,i} F_i - \sum_{j=1}^{n^\circ outlet} c_{A,j} F_j \pm r_A \cdot V$$

Bilancio globale di energia:

$$\frac{dE}{dt} = \frac{d(U+K+P)}{dt} \square \sum_{i=1}^{n^\circ inlet} \rho_i F_i h_i - \sum_{j=1}^{n^\circ outlet} \rho_j F_j h_j \pm Q \pm W$$

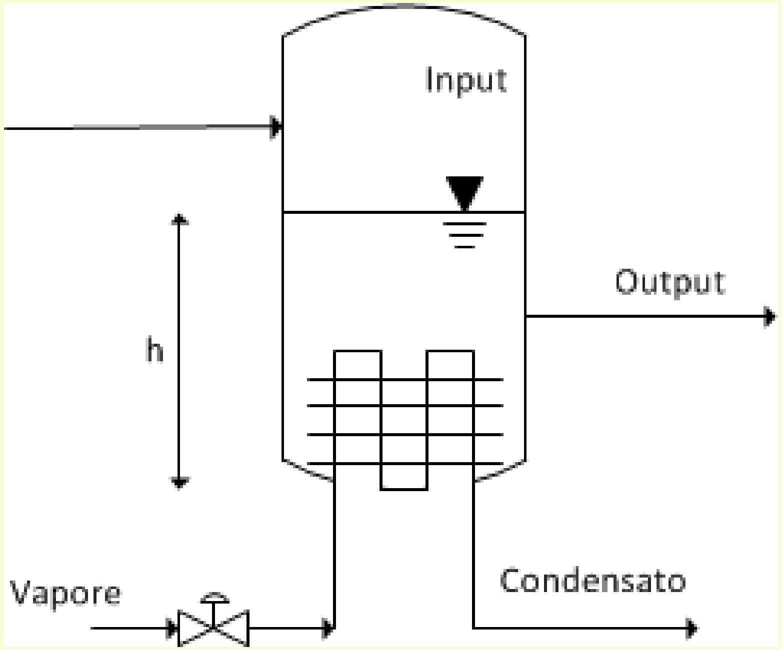
Esercizio - Serbatoio

Caratterizzare il seguente serbatoio riscaldato da serpentino con vapore:

Bilancio di massa globale

Bilancio di energia

(Bilancio di quantità di moto)



Esercizio - Serbatoio

Massa Totale: $\rho A h$

Energia totale: $E = U + K + P$

$$\frac{dK}{dt} = 0 \qquad \frac{dP}{dt} = 0 \qquad \frac{dE}{dt} = \frac{dU}{dt} \cong \frac{dH}{dt}$$

Equazioni:

$$A\frac{dh}{dt} = F_i - F \qquad Ah\frac{dT}{dt} = F_i\left(T_i - T\right) + \frac{Q}{\rho c_p}$$

Variabili: h, T

Output: h, T

Disturbi: T_i, F_i

Manipolate: Q, F (controllo feedback)

F_i (controllo feed-forward)

Parametri: A, ρ, c_p