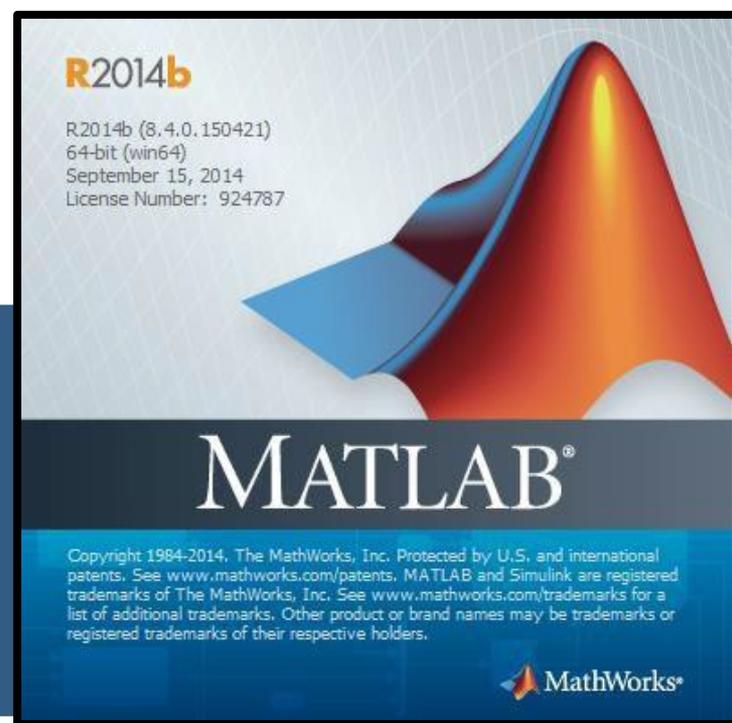




 POLITECNICO DI MILANO



# Esercitazione 8 - Soluzioni

Corso di Strumentazione e Controllo di impianti chimici

Prof. Davide Manca

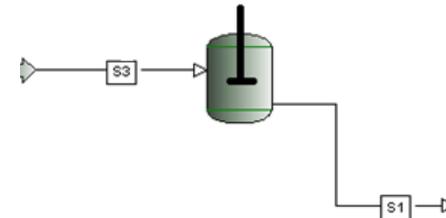
PSE-Lab



## Ese 8.1 – Primo ordine

Ipotizzando un hold-up costante, la seguente equazione descrive il comportamento di un reattore CSTR ove ha luogo una sola reazione  $A \rightarrow B$ :

$$V \frac{dc_A}{dt} = F(c_{A0} - c_A) - V k c_A$$



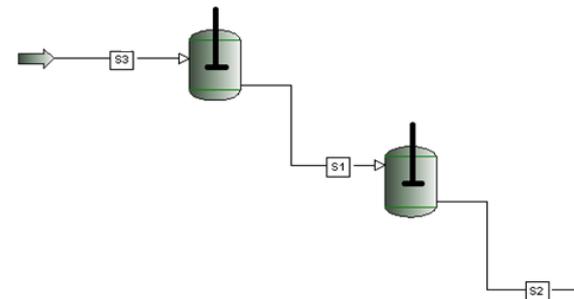
**Imporre un disturbo a  $t = 2$  min come riportato nei dati e integrare su un intervallo di tempo pari a 5 min!**

## Ese 8.2 – Secondo ordine

Il seguente sistema di equazioni differenziali ordinarie (ODE) descrive il comportamento di due reattori CSTR in serie:

$$V_1 \frac{dc_{A,1}}{dt} = F(c_{A,0} - c_{A,1}) - V_1 k_1 c_{A,1}$$

$$V_2 \frac{dc_{A,2}}{dt} = F(c_{A,1} - c_{A,2}) - V_2 k_2 c_{A,2}$$



Si integri numericamente il sistema ODE entro un opportuno intervallo di tempo e si imponga il disturbo per ottenere una risposta del secondo ordine in uscita al secondo reattore.

**Si confrontino gli andamenti del primo e del secondo ordine.**



## Ese 8.3 – Ordine n

Analogamente a quanto fatto per il punto 2, è possibile estendere lo studio ad ordini superiori, aumentando il numero di reattori CSTR in serie secondo l'equazione generalizzata:

$$V_i \frac{dc_{A,i}}{dt} = F(c_{A,i-1} - c_{A,i}) - V_i k_i c_{A,i}$$

**Si caratterizzi un sistema di tre reattori CSTR e si confronti la risposta del terzo ordine con gli andamenti dei punti 1 e 2.**

## Dati

Condizioni iniziali:

$$C_{a,0} = 0.8 \quad C_{a,1} = 0.4 \quad C_{a,2} = 0.2 \quad \left[ \frac{\text{kmol}}{\text{m}^3} \right]$$

$$\tau_1 = \tau_2 = \tau_3 = \tau = 2 \text{ min}$$

$$k = 0.5 \text{ min}^{-1}$$



$t = 2 \text{ min} \longrightarrow$  *Disturbo sulla concentrazione*

$$C_{a,0} = 1.8$$





# HOW TO



```
function Ese_8
clc
close all
clear all
% Data
global tau cA0 k

cA0 = 0.8; % [kmol/m3]
cA1 = 0.4; % [kmol/m3]
cA2 = 0.2; % [kmol/m3]

tau = 2; % [min] V/F
k = 0.5; % [min-1]
tSpan = [0 5]; % [min]

% Caso 1: 1 CSTR. Disturbo: da t = 2 min -> cA0 = 1.8 [kmol/m3]
OptionsODE = odeset('RelTol',1e-8,'AbsTol',1e-10);
[t,c] = ode45 (@EqDiff, tSpan, [0.8 0], OptionsODE);
figure (1)
hold on
plot (t,c(:,1),'r-','linewidth',1.5) % concentration species A
plot (t,c(:,2),'b-','linewidth',1.5) % concentration species B
title ('A --> B','FontSize',18)
xlabel ('Tempo [min]','FontSize',18)
ylabel ('Concentrazione A','FontSize',18)
legend('A','B')
```



# HOW TO



```
% Caso 2: 2 CSTRs Disturbo: da t = 2 min -> cA0 = 1.8 [kmol/m3]
CI2 = [cA0 cA1];
OptionsODE = odeset('RelTol',1e-8,'AbsTol',1e-10);
[t,sol2] = ode45 (@SisDiff_2, tSpan, CI2, OptionsODE);
figure (2)
hold on
plot (t,sol2(:,1),'r-','linewidth',1.5)
plot (t,sol2(:,2),'b-','linewidth',1.5)
legend('1° reattore','2° reattore')
title ('A --> B, 2 reattori in serie','FontSize',18)
xlabel ('Tempo [min]','FontSize',18)
ylabel ('Concentrazione A','FontSize',18)
% Caso 3: 3 CSTRs Disturbo: da t = 2 min -> cA0 = 1.8 [kmol/m3]
CI3 = [cA0 cA1 cA2];
OptionsODE = odeset('RelTol',1e-8,'AbsTol',1e-10);
[t,sol3] = ode45 (@SisDiff_3, tSpan, CI3, OptionsODE);
figure (3)
hold on
plot (t,sol3(:,1),'r-','linewidth',1.5)
plot (t,sol3(:,2),'b-','linewidth',1.5)
plot (t,sol3(:,3),'g-','linewidth',1.5)
legend('1° reattore','2° reattore','3° reattore')
title ('A --> B, 3 reattori in serie','FontSize',18)
xlabel ('Tempo [min]','FontSize',18)
ylabel ('Concentrazione A','FontSize',18)
end % Chiudo la function Ese_8
```



# HOW TO



```
function [dcA] = EqDiff (t, cA) % 1 cstr

global tau k

if t < 2
    cA0in = 0.8; % [kmol/m3] % disturbo a gradino: risposta
del 1° ordine
else
    cA0in = 1.8;
end

bilancio specie A
dcA(1,:) = ((cA0in - cA(1))/tau - k*cA(1)); % dcA/dt
bilancio specie B
dcA(2,:) = ((0 - cA(2))/tau + k*cA(1)); % dcB/dt
end
```



# HOW TO



```
function [dcA2] = SisDiff_2 (t, cInput) % 2 CSTRs

global tau k

cA1 = cInput(1);
cA2 = cInput(2);

if t < 2
    cA0in = 0.8; % [kmol/m3]
else
    cA0in = 1.8;
End

% dcA/dt bilancio specie A - 1° reattore
dcA2(1,:) = ((cA0in - cA1)/tau - k*cA1);
% dcA/dt bilancio specie B - 2° reattore
dcA2(2,:) = ((cA1 - cA2)/tau - k*cA2);
end
```



# HOW TO



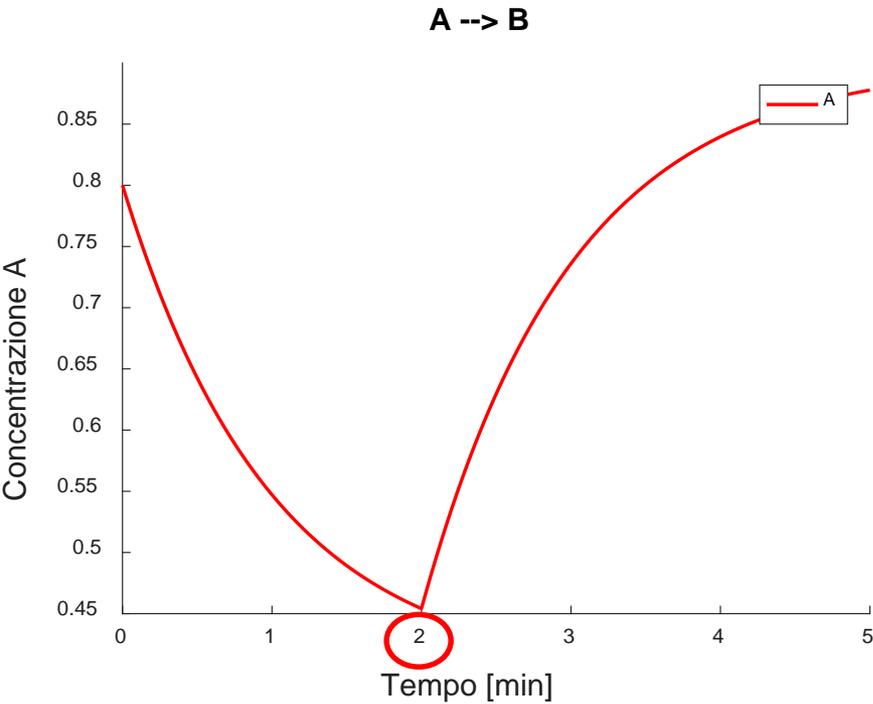
```
function [dcA3] = SisDiff_3 (t, cInput) % 3 CSTRs

global tau k
cA1 = cInput(1);
cA2 = cInput(2);
cA3 = cInput(3);

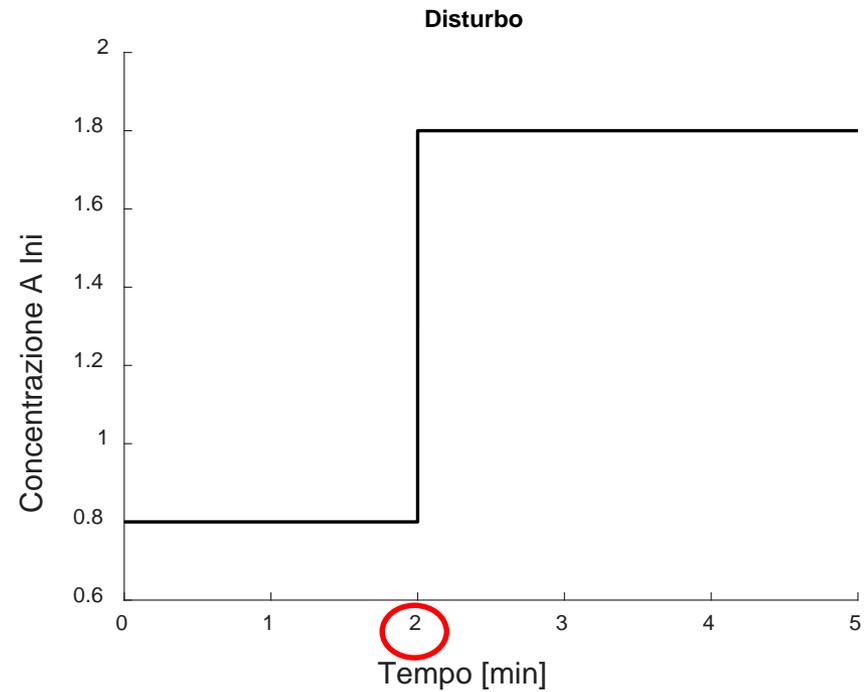
if t < 2
    cA0in = 0.8; % [kmol/m3] % disturbo a gradino
else
    cA0in = 1.8;
end
% dcA/dt 1° reattore
dcA3(1,:) = ((cA0in - cA1)/tau - k*cA1);
% dcA/dt 2° reattore
dcA3(2,:) = ((cA1 - cA2)/tau - k*cA2);
% dcA/dt 3° reattore
dcA3(3,:) = ((cA2 - cA3)/tau - k*cA3);
end
```



## 8.1 – Primo ordine



Disturbo a  $t = 2$  min



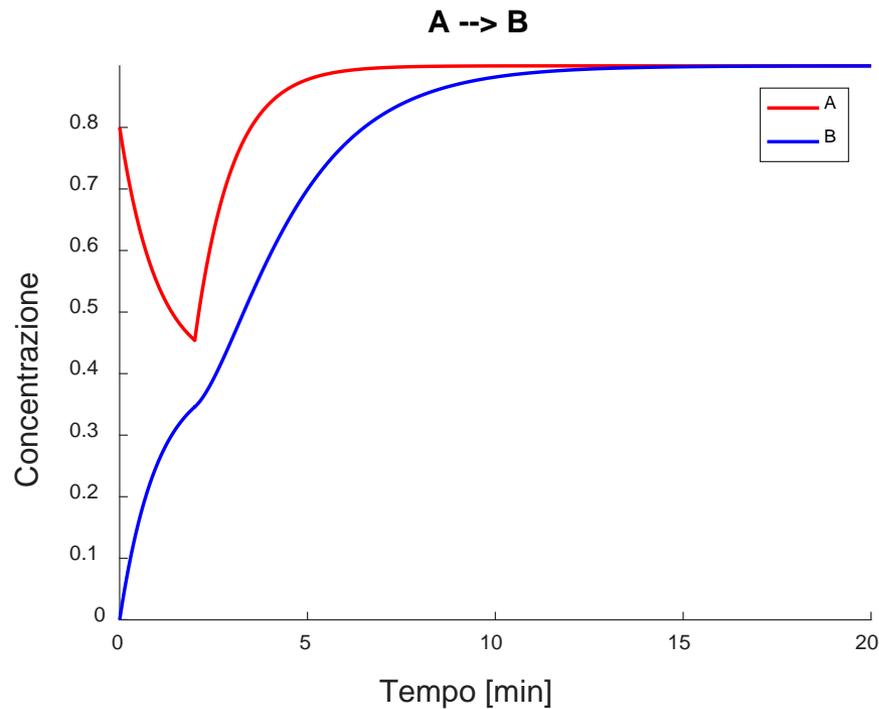
Disturbo a  $t = 2$  min

La risposta del sistema è del primo ordine!



## 8.1 – Primo ordine

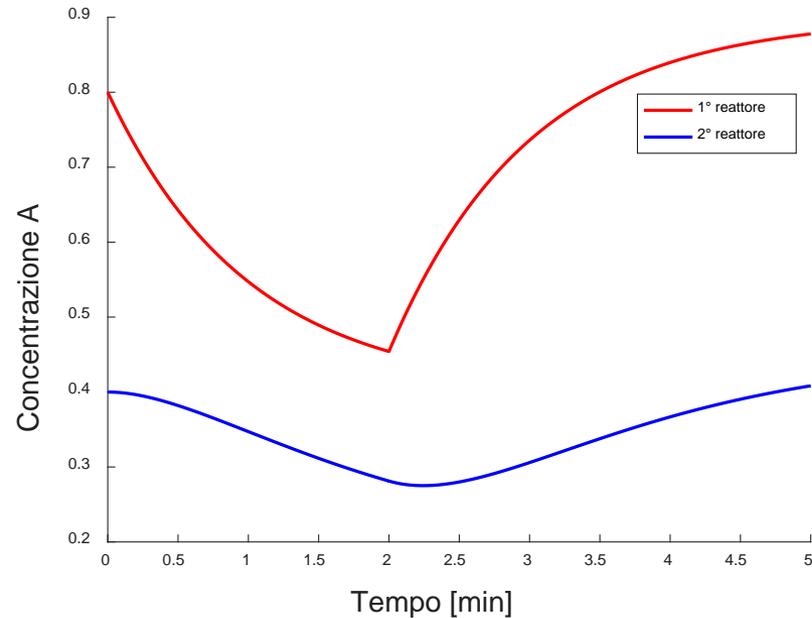
Cosa succede alla specie B?





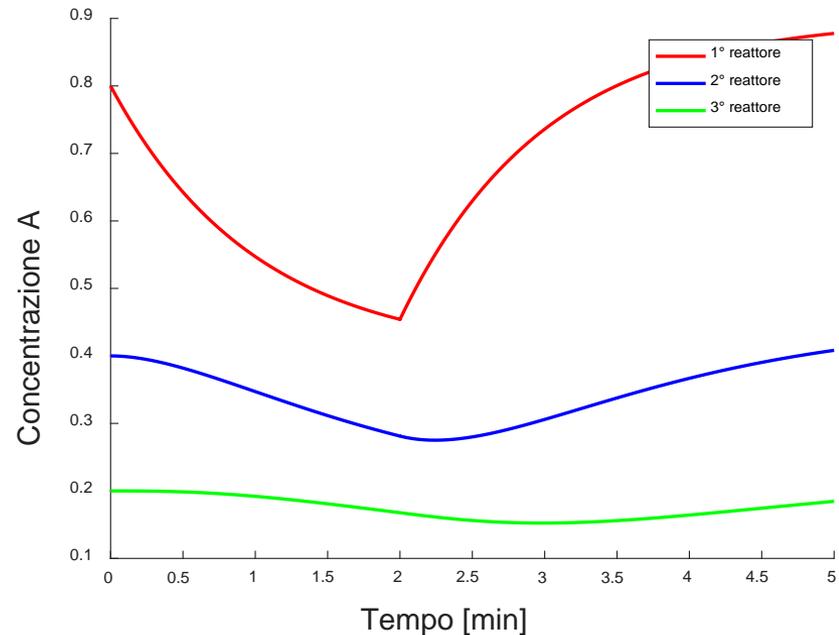
## 8.2 – Secondo ordine

A --> B, 2 reattori in serie



## 8.3 – Ordine n

A --> B, 3 reattori in serie



La risposta dei sistemi in serie al primo è sempre più lenta: è di ordine maggiore.