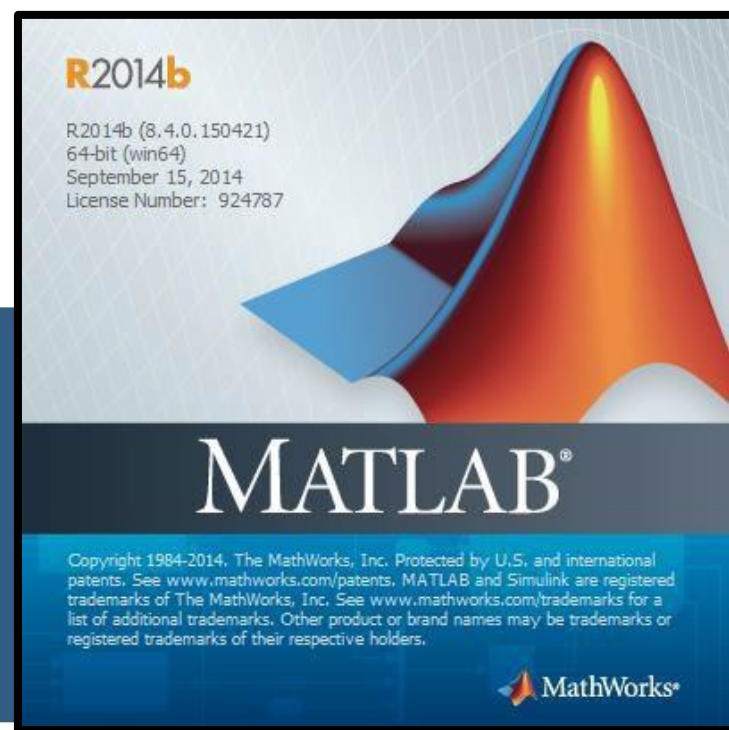




 POLITECNICO DI MILANO



Esercitazione 6 - Soluzione

Corso di Strumentazione e Controllo di impianti chimici

Prof. Davide Manca

PSE-Lab



Problema



Ese 6 – Linearizzazione

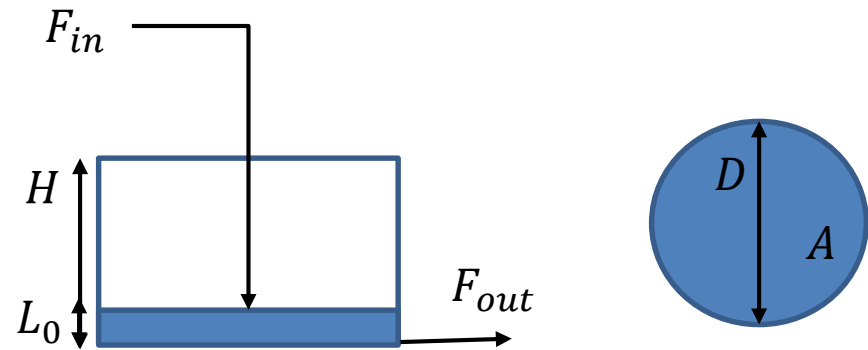
Si simuli numericamente l'andamento del livello, considerando i seguenti dati:

$$A = 3 \text{ m}$$

$$F_{in} = F_{out} = 0 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$L_0 = 7 \text{ m}$$

$$\xi = 0.8 * \sqrt{2g}$$



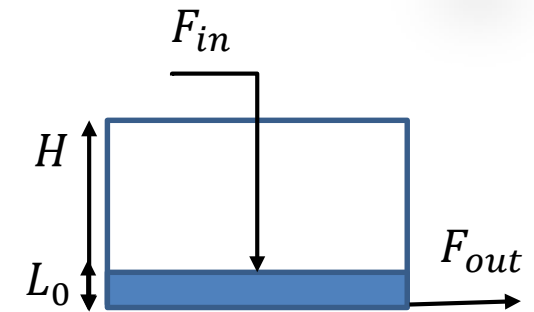
Bilancio Materiale:

$$\frac{A dh}{dt} = F_{in} - \xi \sqrt{h}$$



Ese 6 – Linearizzazione

$$\frac{Adh}{dt} = F_{in} - \xi\sqrt{h}$$



Metodo di Eulero Esplicito:

$$\frac{dh}{dt} = \frac{h_{i+1} - h_i}{\Delta t} = f(t_i, h_i) \quad h_{i+1} = h_i + \Delta t \cdot f(t_i, h_i)$$

Modello linearizzato:

$$\frac{dy}{dt} = f(t, y) \approx f(t_0, y_0) + f'(t_0, y_0) \cdot (y - y_0)$$

$$\frac{dh}{dt} = \frac{F_{in}}{A} - \frac{\xi}{A}\sqrt{h} \approx \frac{F_{in}}{A} - \frac{\xi}{A}\sqrt{h_0} + \left(-\frac{\xi}{A} \frac{1}{2\sqrt{h_0}} \right) \cdot (h - h_0)$$

$$\frac{dh}{dt} \approx \frac{F_{in}}{A} - \frac{\xi}{A} \left(\sqrt{h_0} + \frac{1}{2\sqrt{h_0}} \cdot (h - h_0) \right)$$

$$\frac{dh}{dt} \approx \alpha - \beta h$$



Esempio di codice



```
clc
clear all
close all

global A Fin epsi

% Dati
epsi = 0.8 * sqrt(2*9.81);
H_vessel = 10; %m
A = 3; %m2
Fin = 0; % [m3/s]
h0 = 7; %m

tspan = [0:0.1:4.5];
t0 = 0;

options = odeset('RelTol',1e-8,'abstol',1e-12);
[t,H] = ode45(@eqLivello,tspan,h0,options);
```



Esempio di codice



```
% Metodo Eulero esplicito
y0 = 7;
tstep = 0.05;
tlength = [0:tstep:5];

for i = 1:length(tlength)
    if i == 1
        y(i) = y0;
    else
        f = (Fin - epsi*sqrt(y(i-1)))/A;
        y(i) = y(i-1) + f*tstep;
    end
End

[t2,H2] = ode45(@eqLivelloLin,tspan,h0,options);
```



Esempio di codice



```
figure(1)
hold on
set(gca, 'fontsize', 12)
plot(tspan, H, 'b', 'linewidth', 2)
plot(tspan, H2, 'r', 'linewidth', 2)
plot(tlength, y, 'g', 'linewidth', 2)
xlim([0 5])
ylim([-1 8])
title('Level dynamics', 'FontSize', 18)
xlabel('Time [s]', 'FontSize', 18)
ylabel('Level [m]', 'FontSize', 18)
legend('ODE', 'Linearizzato', 'Eulero Esplicito')
```



Esempio di codice



```
function dh = eqLivello(t,h)

global A Fin epsi

dh(1,:) = (Fin - epsi*sqrt(real(h)))/A;
end
```

```
function dh1 = eqLivelloLin(t,h)

global A Fin epsi h0

LinearModel_h = epsi* (sqrt(h0) + 0.5*(h-
h0)/(sqrt(h0)));

dh1(1,:) = (Fin - LinearModel_h)/A;
end
```



Level dynamics

