

Corso di Strumentazione e Controllo di impianti chimici

Prof. Davide Manca

PSE-Lab





### PER OTTENERE IL SOFTWARE SEGUIRE LE ISTRUZIONI ALLA PAGINA

http://www.software.polimi.it/software-download/studenti/matlab/

(Attiva account / Creare un account Mathworks / Associare con la licenza / Scaricare il software / Installare / Attivazione)





MATLAB R2014b	A set a familie of the set	
HOME PLOTS APPS		🛃 🚔 🖉 🗟 🖨 🔁 🕐 Search Documentation 🛛 🔎 革
New Variable	🖉 Analyze Code 🧕 🛄 🛞 Preferences 🔗 🖄 Community	
Name Dans a second files La Dans Den Variable •	<ul> <li>Run and Time</li> <li>Set Path</li> <li>Request Support</li> </ul>	
Script • • Data Workspace	e + 🌝 Clear Commands - Library - 🛄 Paralel +	
FILE VARIABLE	CODE SIMULINK ENVIRONMENT RESOURCES	
💠 🔁 🔁 🌙 🕨 C: 🕨 Users 🕨 vdepetri 🕨 Documents 🕨 MATLAB		0 +
Current Folder	Command Window	Workspace     O
Name A	New to MATLAB? See resources for <u>Getting Started</u> .	× Name A Value
		8 04/03/2016 15:02*
		clear all
Datoile V		close all
v.una V		clc
		A=[1 2; 3 4]
		B=A'
		C=3;
Select a file to view details		beln logenace
		help plot
		doc plot
		8 04/03/2016 15:418
III. I a		











MATLAB R2014b		A read framework the read	
HOME PLOTS APPS			📑 🔏 👔 😨 🔄 🔁 🕐 Search Documentation 🛛 🔎 革
E Ind Files I Ind Files New Variable	🖉 Analyze Code 📄 🗍 🎯 Preferences 🧿 🖄 Community		
New New Open Compare Import Save	<ul> <li>Run and Time</li> <li>Simulink Layout</li> <li>Set Path Help</li> <li>Request Support</li> </ul>		
Script • • Data Workspace 🤯 Clear Workspace	e 👻 🍘 Clear Commands 👻 Library 👻 🏢 Parallel 👻 👻 🛟 Add-Ons 👻		
FILE VARIABLE	CODE SIMULINK ENVIRONMENT RESOURCES		
(Interview) (Inte		2	<u>م</u> •
Current Folder (*	Command Window		Workspace (*
Name 🔺	New to MATLAB? See resources for <u>Getting Started</u> .	*	Name A Value
<b>CURRENT FOLDER:</b> percorso utilizzato da Matlab per risalire ai programmi da eseguire.			Commed lister
			\$ 04/03/2016 15:02*
			clear all
			close all
Defails V			clc
			A=[1 2; 3 4]
			B=A'
			c=3;
Select a file to view details			C=c*A
			help logspace
			help plot
			doc plot
mi la c			\$ 04/03/2016 15:41\$ ·





📣 MATLAB R2014b		
HOME PLOTS APPS		🛃 🚽 🖉 😧 Search Documentation 🖉 🗖
New New Open Compare Data Workspace Compare Co	Analyze Code     Analyze Code	
FILE VARIABLE	CODE SIMULINK ENVIRONMENT RESOURCES	
💠 🔶 🔁 🐌 🔸 C: 🕨 Users 🕨 vdepetri 🕨 Documents 🕨 MATLAB		Q ▼
Current Folder 💿	Command Window	O Workspace O
🗋 Name 🔺	New to MATLAB? See resources for <u>Getting Started</u> .	Name A Value
		WORKSPACE: spazio in cui vengono salvate le variabili definite durante la programmazione (nella Command Window o in uno script).
		Command History (*
a and a second a se		
Details V		
Select a file to view details		A=[1 2; 3 4] B=A' c=3; C=c*A help logspace help plot dog plot b=04/03/2016 15:43 ==5
III. Parate		





MATLAB R2014b		Contract of Contract Internal Address of the	
HOME PLOTS APPS			👔 🔔 🗿 🔄 🗗 🕐 Search Documentation 🛛 🔎 革
Rev Variable	🛃 Analyze Code 🛛 💭 🎯 Preferences 🥎 🙆 Community		
New New Open Compare Import Save	✓ Aun and Time Simulink Layout → Set Path Help → Request Support		
Script - Data Workspace 🤯 Clear Workspace	e 👻 🅜 Clear Commands 🔹 Library 🔹 🏢 Parallel 👻 👻 🕁 Add-Ons 👻		
FILE VARIABLE	CODE SIMULINK ENVIRONMENT RESOURCES		- 0
Current Folder	Command Window	( <b>v</b> )	Workspace (7)
Name *	New to MATLAB? See resources for Getting Started.	×	Name A Value
	<i>k</i> ≫		
Details 🗸			COMMAND HISTORY:
Select a file to view details			cronologia dei comandi eseguiti nella Command Window.

/or ks



#### X:WATLAB6.5\work

X:WATLAB6.5\work

E: Wy Documents\Corsi\Calcoli di processo dell'ingegneria chimica\Sources\Matlab

Command Window
Using Toolbox Path Cache. Type
To get started, select "MATLAB H
>> 3 + 2
ans =
5
>>

Command History	× 5
help format	
format long	
fzero(@MyFun,2)	
[x fVal]=fzero(@MyFun,2)	
fzero(@MyFun,1)	
<pre>[x fVal]=fzero(@MyFun,1)</pre>	
aeditor	•
bace	K 5

🛩 🖪   🗊	Base Base	<b>T</b>	
Name	Size	Bytes	Class
🌐 ans	lxl	8	double array

Current Directory					
E:\My Documents\Co	rsi∖Calcoli di	process 💌 🛄 🗈 💣	<b>#</b>		
All Files	File Type	Last Modified	Desc		
🚺 MioTestl.mat	MAT-file	16-set-2003 03:32			
📑 MyFun.m	M-file	16-set-2003 05:28	Ques		

Si noti che Matlab esegue i calcoli e memorizza le variabili (scalari, vettoriali o matriciali) in **doppia precisione**.







### Help $\rightarrow$ MATLAB Help

>> help inv

INV Matrix inverse.

INV(X) is the inverse of the square matrix X. A warning message is printed if X is badly scaled or nearly singular.

See also SLASH, PINV, COND, CONDEST, LSQNONNEG, LSCOV.

>> help politecnico politecnico.m not found. >>

Overloaded methods

help sym/inv.m

Help \*\*\* Other uses of inv: control/inv, symbolic/inv Contents + Q 3 Search Documentation Documentation R MATLAB Mathematics Linear Algebra Linear Equ ¥ MATLAB MATLAB
 Getting Started with MATLAB
 MATLAB Examples inv Matrix inverse Release Notes Functions > Language Fundar Syntax ✓ Mathematics
 ➤ Elementary Mat Y = inv(3)Description Y Linear Algebra > Matrix Operation Y = inv (X) returns the inverse of the square matrix X. A warning message is printed if X is badly scaled or nearly singu Y Linear Equations In practice, it is seldom necessary to form the explicit inverse of a matrix. A frequent misuse of 100 arises when solving the system of linear equations  $d_x = \delta$ . One way to solve this is with  $x = 100 (A_1 + 0.5) A better way, from both an execution time and numerical accuracy standpoint$ Y Functions is to use the matrix division operator x = A\b. This produces the solution using Gaussian elimination, without forming the inverse. See midiwide (i) for further inform cond Note: MATLAB<sup>®</sup> computes X<sup>+</sup>(-1) and inv(X) in the same manner, and both are subject to the same limitations condest Inv Insolve Iscov Isquonneg pinv roond sylvester Examples Here is an example demonstrating the difference between solving a linear system by inverting the matrix with 1007 (A) +b and solving it directly with A/b. A random matrix A of order 500 is constructed so that its condition number cond (A) is 1, e10, and its norm, norm (A) is 1. The exact solution x is a random vector of length 500 and the right-hand side is b = A\*x. Thus the system of linear equations is badly conditioned, but consisten On a 300 MHz, laptop computer the statements n = 500; Q = orth(randn(n,n)); midwide Q = orth(randn(n,n)); d = logspace(0,-10,n); A = Q\*diag(d)\*Q': x = randn(n,1); b = A\*x; tic, y = inv(A)\*b; too err = norm(y-x) res = norm(A\*y-b) mrdivide > Examples and How To Matrix Decomposition
 Eigenvalues and Singular > Matrix Analysis > Matrix Functions produce Statistics and Random Nur
 Interpolation elapsed\_time = 1.4320 > Optimization err = 7.3260e-006 Numerical Integration and Equations res -4.7511e-007 > Fourier Analysis and > Sparse Matrices while the statements > Computational Geor > Graphics tic, z = A\b, toc
err = norm(z-x)
res = norm(A\*z-b) > Programming Scripts and I > Data and File Management > GUI Building produce > Advanced Software De > Desktop Environment elapsed\_time =
 0.6410 > Supported Hardware err =

**DOC**  $\rightarrow$  Reference page in Help browser





Cliccando sull'icona "New M-file" (o New Script) della barra strumenti in alto a sinistra viene lanciato l'editor di Matlab con cui si possono scrivere e salvare dei file funzione o degli script (sequenze di comandi Matlab) richiamabili in un secondo momento.







- Uno **script** consente di scrivere righe di comando e di salvarle a computer. Quando si vogliono eseguire quelle specifiche righe di comando, basta aprire lo script con Matlab ed eseguirlo.
- Una **function** è un programma che, avendo a disposizione una serie di dati di input, fornisce una serie di dati di output, effettuando delle operazioni. Una function esterna permette di salvare una serie di operazioni che vengono ripetute frequentemente, richiamandola negli script SOLO quando necessario (es. EoS, sistemi di equazioni algebriche o differenziali,...).
- La struttura di una function è:

function [Output<sub>1</sub>, Output<sub>2</sub>...Output<sub>N</sub>] = nomeFunction (input<sub>1</sub>, input<sub>2</sub>,...input<sub>N</sub>)

• Il file che contiene la function deve avere lo stesso nome (*nomeFunction*). Il nome non può contenere segni di punteggiatura (!;?;:,...)





### **Comandi utili**



- **clear all**: pulisce il Workspace, cancellando tutte le variabili salvate;
- **close all**: chiude i grafici aperti;
- **clc**: pulisce i comandi scritti nella Command Window.
- Il simbolo % o %% permette di leggere ciò che lo segue non come comando da eseguire ma come commento, ad esempio unità di misura.
- **ctrl+r**: permette di commentare una riga di testo in uno script;
- **ctrl+t**: permette di de-commentare una riga di testo in uno script;
- **ctrl+c**: permette di interrompere l'esecuzione del programma.
- **global**: attraverso questo comando una function legge i dati delle variabili già presenti all'interno di uno script. Tale comando va inserito sia all'interno dello script principale che all'interno della function con le variabili condivise scritte nel medesimo ordine. Nel caso dello script il comando global viene inserito dopo i comandi clc, clear all e close all, mentre nel caso della function dopo la definizione iniziale dei dati di input e output della medesima.

**N.B.**: quando si inizia a risolvere un nuovo problema è buona norma cancellare tutte le variabili presenti nel Workspace per evitare inutili errori di riutilizzo o sovrapposizione di variabili già definite precedentemente.



## Definizione di nuove variabili, vettori e matrici e loro operazioni

POLITECNICO DI MILANO







Per definire una nuova variabile, in Matlab basta decidere il **nome** per la variabile, scrivere
 = e affiancarla al suo **valore numerico**.



- Matlab è case-sensitive: la variabile "Temperatura" è diversa dalla variabile "TemPeraTura".
- È utile usare la camel notation: laMiaNuovaVariabile.
- Mettere il ; dopo la definizione di una variabile permette di **non** farne comparire il valore sulla Command Window, ma solo nel Workspace.

N

## **Operazioni tra scalari**



**a** + **b** : somma tra scalari; **a** \* **b** : somma tra scalari; **a - b** : differenza tra scalari; **a / b** : differenza tra scalari; >> a = 1 >> d = a - bd = a = 1 -2 >> b = 3>> e = a \* b b = e = 3 3 >> f = a/b>> c = a + bf = c = 0.3333 4

POLITECNICO DI MILANO







 Un vettore riga viene definito tra parentesi quadre separando i singoli elementi da uno spazio oppure da una virgola. Un vettore colonna viene definito tra parentesi quadre separando i singoli elementi da un punto e virgola. Per trasformare un vettore riga in un vettore colonna si usa l'apice `.

>> v1 :	= [ 1 2 3]		>> v2 = [1;	2;3]	>> v3 = v	2'	
v1 =			v2 =		v3 =		
1	2	3	1 2 3		1	2 3	
• Per acc	cedere all	'elemento v(i) d	del vettore:	>> v1 = [ 1 2	3]	>> v1(2)	
				v1 =		ans =	
• Per de	terminare	e massimo e mir	nimo:	1 2	3	2	
>> max	(v1)	>> min(v1)		1° elemento	♥ 3° elem	ento	
ans =		ans =		2° eleme	ento		
3		1					
© PSE-Lab – Corso d	li SECDIC – Tu	torial di Matlab				POLITECNI	CO DI MILANO



## **Operazioni tra vettori**



Per effettuare un prodotto elemento per elemento tra vettori di uguali dimensioni si utilizza l'operatore: .\*.





Per produrre dei punti equispaziati secondo *n* intervalli comprendendo gli estremi (vettore con numero limitato di elementi) si può utilizzare il costrutto Matlab<sup>TM</sup>: x = xLow:delta:xUp.

Tra i due : è riportata la spaziatura desiderata, mentre nelle zone esterne sono riportati gli estremi del vettore. Ad esempio: x = [0.1: 0.01: 1.2] fornisce un vettore di valori compresi tra 0.1 (xLow) e 1.2 (xUp) con discretizzazione delta di 0.1.

**N.B.**: Questo costrutto risulta particolarmente importante per definire l'intervallo temporale di integrazione nei sistemi ODE.

In alternativa, invece di specificare la spaziatura dei singoli elementi, è possibile definire il numero di elementi contenuti dal vettore :

### x = linspace(xLow:xUp:n)

I primi due input del comando **linspace** corrispondono agli estremi del vettore desiderato, mentre il terzo input corrisponde al numero totale di elementi che si desiderano nel vettore.







- Una matrice viene definita tra parentesi quadre: nelle varie righe gli elementi sono separati mediante degli spazi o delle semplici virgole, mentre le varie righe vengono distinte con dei punti e virgola.
- Per trasporre una matrice (scambiare le righe con le colonne) basta utilizzare l'apice `.





Per lanciare l'Array Editor è sufficiente cliccare due volte sull'oggetto matrice (A nel nostro caso) della finestra Workspace.





• Se siamo interessati ad accedere al valore **b** (**i**,**j**) della matrice **B**, dove **i** corrisponde alla riga, mentre **j** corrisponde alla colonna:

_	-	>> B(2,1)	>> B(:,1)
в =			
		ans =	ans =
10	1		
2	3	2	10
5	5		2
			5

- Se vogliamo considerare tutti gli elementi di una riga o di una colonna basta specificare la riga o la colonna che si vogliono considerare, e utilizzare il simbolo :
- Per determinare le dimensioni di una matrice, è possibile utilizzare il comando size. Tale comando restituisce come output due diversi valori: il primo corrisponde al numero di righe della matrice, mentre il secondo corrisponde al numero delle sue colonne. Per determinare il rango, il determinante o l'inversa di una matrice si utilizzano i comandi rank, det, e inv.

	>> size(H	3)	>> rank(B)	>> C = [	2 1; 1 2]	>> det(C)	>> inv(C)	
	ans =		ans =	С =		ans =	ans =	
	3	2	2	2	1	3	0.6667	-0.3333
				1	2		-0.3333	0.6667
© PS	E-Lab – Corso di S	SECDIC -	- Tutorial di Matlab				POLITECNICO I	DI MILANO







Comando	Descrizione
eye(n)	Crea una matrice identità n x n
ones(n)	Crea una matrice n x n avente tutti gli elementi uguali a 1
ones(m,n)	Crea una matrice m x n avente tutti gli elementi uguali a 1
zeros(n)	Crea una matrice n x n avente tutti gli elementi uguali a 0
<pre>zeros(m,n)</pre>	Crea una matrice m x n avente tutti gli elementi uguali a 0

**N.B.**: Gli stessi comandi valgono per i vettori.

#### come input il nome del vettore o della somma = matrice. Nel caso di un vettore 6

in

in

0

l'output è la somma di tutti i suoi elementi, mentre nel caso di una matrice otteniamo un vettore riga i cui elementi sono la somma degli elementi della matrice presenti nella stessa colonna.

Se si desidera sommare tutti

vettore

elementi che compaiono

determinato

•

Effettuare un'operazione ٠ tra una matrice ed uno scalare corrisponde ad effettuare tale procedura matematica tra i diversi elementi della matrice e lo scalare stesso.

#### ali >> A = [1 2 3]>> d = 3; = d + B un A = C = una 1 2 3 determinata matrice, basta utilizzare il 5 >> somma = sum (A) 8 comando **sum**, al quale viene dato >> B = [1 2 3; 4 5 6] в = 3 5 6 >> somma elementi colonna = sum (B) somma elementi colonna = 5 7 9

>> somma = sum (somma elementi colonna)

```
somma =
```

Operazioni tra scalari, matrici e vettori

6

9

## **Operazioni tra scalari, matrici e vettori**

- N.B.: Due matrici o due vettori possono essere sommati o sottratti se e solo se hanno le stesse dimensioni.
- Il prodotto tra matrici è diverso dal prodotto elemento per elemento.
- N.B.: Il prodotto tra matrici è possibile solo se il numero delle colonne della prima matrice è uguale al numero di righe della seconda.

>> A = [1 2 3]	>> C = C'
A =	C =
1 2 3	6 8
>> B = [4 5 6; 7 8 9]	9 11 12 14
в =	>> P = C * D
4 5 6 7 8 9	P =
, , ,	20 48 76
>> C = A + B	29 69 109
Error using <u>+</u>	38 90 142
Matrix dimensions must agree.	
>> D = [2 4 6; 1 3 5]	>> E = [1 3; 4 5; 6 8]
D =	E =
	1 3
2 4 6	4 5
1 3 5	6 8
>> C = B + D	>> P = C.*E
C =	P =
6 9 12	6 24
8 11 14	36 55
	72 112

#### POLITECNICO DI MILANO



Un rischio programmativo è rappresentato dagli operatori:

- \* oppure .\*
- / oppure ./
- ^ oppure .^

Gli operatori: \*, /, ^ operano a livello vettoriale-matriciale in linea con l'analisi classica.

Viceversa gli operatori: .\*, ./, .^ operano sui singoli elementi dei vettori o matrici.

Per effettuare un prodotto tra matrici in senso classico (prodotto righe per colonne) si utilizza l'istruzione: c = A \* B;

Viceversa per effettuare il prodotto elemento per elemento:  $c = A \cdot B$ ;

**N.B.**: Per evitare ambiguità tra l'utilizzo del punto come separatore decimale oppure come operatore congiunto ai simboli: \*, /, ^ è opportuno mantenere gli operatori: .\*, ./, .^ ben separati dalle variabili sulle quali essi operano. Esempio: 1. / 4. \* pi \* a ^ 2

# Variabili e funzioni predefinite (intrinseche)

i, j	unità immaginaria
pi	pigreco
Inf	infinito (ad es.: 3/0)
NaN	not a number (as es.: 0/0, Inf/Inf)
sin, cos, tan, asin, acos	funzioni trigonometriche e inverse (in radianti)
sinh, cosh, asinh, acosh	funzioni iperboliche e loro inverse
sqrt, log, log10, exp	funzioni varie





# Cicli IF, FOR, WHILE

© PSE-Lab – Corso di SECDIC – Tutorial di Matlab

POLITECNICO DI MILANO



**Costrutti** if for while



- Il **ciclo if** permette di eseguire delle istruzioni diverse in funzione della casistica esaminata. • Se determinate condizioni di interesse sono verificate, diciamo al programma di proseguire in un determinato modo. Se tali condizioni non dovessero invece essere verificate, diciamo al programma di proseguire in modo diverso.
- Ciascun ciclo viene concluso mediante un **end**. •
- **ESEMPIO:** • if x > 0y = sqrt(x);elseif x == 0y = 0;else y = NaN;end



**Costrutti** if

Ciascun ciclo viene concluso mediante un **end**.

facendo variare un indice dopo ogni operazione.

Esempio 1	Esempio 2
s = 0.;	% Data una miscela CO2, H2, CO calcolarne il peso molecolare
r = r + 1 / r	x = [0.02 0.735 0.245]; % frazioni molari
S = S + I./K	PM = [44 2 28]; % g/mol
end	PMtot = 0; % Inizializzo la variabile
	<pre>for i = 1:3 % numero di specie = 3</pre>
for $k = 1:3:100$	PMtot = PMtot + x(i) * PM(i);
•••	end
end	disp(PMtot) % Stampo sulla Command Window

Il **ciclo for** permette di effettuare una serie di operazioni per ogni elemento di un vettore,

•

٠

28

while

for

### **Costrutti** if for while

- Il **ciclo while** permette di continuare a fare una serie di operazioni (eseguire una serie di comandi) fino a quando un certo criterio viene soddisfatto.
- Ciascun ciclo viene concluso mediante un **end**.

while x < 25.

• ESEMPIO: x = 3.;

x = x + 2.; end disp(x)

Connettivo	Significato
<	Minore
>	Maggiore
<=	Minore o uguale
>=	Maggiore o uguale
==	Uguale
~=	Diverso
~	Not
&	And
	Or





© PSE-Lab – Corso di SECDIC – Tutorial di Matlab





## **Rappresentazione di grafici**





## Diagrammi



- Definito un vettore di variabili indipendenti x e un vettore di variabili dipendenti y, il comando **plot** permette di rappresentare grafici monodimensionali.
- Ha come variabili di input il vettore di variabili indipendenti e il vettore di variabili dipendenti (in ordine).
- ESEMPI:





## Diagrammi



- Definito un vettore di variabili indipendenti x e un vettore di variabili dipendenti y, il comando plot permette di rappresentare grafici monodimensionali.
- Ha come variabili di input il vettore di variabili indipendenti e il vettore di variabili dipendenti (in ordine).
- ESEMPI:





## Diagrammi



- Definito un vettore di variabili indipendenti x e un vettore di variabili dipendenti y, il comando plot permette di rappresentare grafici monodimensionali.
- Ha come variabili di input il vettore di variabili indipendenti e il vettore di variabili dipendenti (in ordine).
- ESEMPI:









- % 'r-o' stile della curva: "r"=red, "-"=linea continua, "o"=pallini per ogni dato
- % grid = griglia per entrambi gli assi
- % xlabel, ylabel = descrizione per gli assi delle ascisse e ordinate
- % title = titolo del grafico

nno e cap son

% legend = introduce una legenda nel caso di più grafici (in quel caso si usa anche hold on)

plot(anno,cap,'r-o'),grid,xlabel('anni'),ylabel('€'),title('deposito bancario');

Per ulteriori informazioni relative allo stile dei grafici e ai comandi correlati si veda: **HELP PLOT** 





```
x = 0:.1:1;
```

```
y = [x; exp(x)];
```

```
fid = fopen('exp.txt','w');
```

fprintf(fid,'%6.2f %12.8f\n',y);

fclose(fid);

Utilizzando i comandi fwrite e fread è anche possibile scrivere, `w', o leggere, `r', su o da file binari.

Utilizzando i comandi xlswrite e xlsread è anche possibile scrivere, `w', o leggere, `r', su o da file Excel.

Si veda anche (utilizzando l'help) i comandi: save e load.




# Risoluzione di equazioni e sistemi

POLITECNICO DI MILANO







 Per risolvere numericamente equazioni in una sola incognita si utilizza il comando fzero o fsolve, aventi la seguente struttura:

```
X=fzero(`NomeFunction',X0)
```

Dove:

x è la soluzione;

x0 è il valore di primo tentativo della variabile indipendente;

NomeFunction è il nome della funzione ausiliaria che contiene l'equazione da azzerare.

Ad esempio:

```
function F = NomeFunction(x)
F = sin(x)+cos(x)+exp(x)+x.^{2-3};
```

• Nel comando fzero bisogna inserire prima il nome della funzione da azzerare (che viene definita in una function a parte), poi fornire un valore di primo tentativo.







• Per risolvere numericamente sistemi di N equazioni linearmente indipendenti in N incognite si utilizza il comando **fsolve**, avente la seguente struttura:

X = fsolve('NomeFunction',X0)

Dove:

x è il vettore soluzione;

x0 è il vettore dei valori di primo tentativo delle variabili indipendenti;

NomeFunction è il nome della funzione ausiliaria che contiene il sistema di equazioni.

Ad esempio:

```
function F = NomeFunction(x)

y=x(1);

z=x(2);

F(1)=sin(y)+exp(z)+y.^{2-3};

F(2)=z.^{2-5*y+8};

F = F';
```

**N.B.**: Alla fine del sistema trasponiamo il vettore, per trasformarlo in un vettore colonna.

• In questo caso occorre fornire un vettore N-dimensionale di valori di primo tentativo e tante funzioni F quante sono le N incognite.







• Si calcoli la composizione in uscita da un reattore CSTR nella quale avviene la seguente reazione:

A  $\stackrel{k_1}{\longrightarrow}$  B  $\stackrel{k_2}{\longrightarrow}$  C

function Main % la function Main contiene i dati e i comandi clc clear all close all global k1 k2 C\_in tau % Dati k1 = 0.5; % 1/mink2 = 0.3; $C in = [3 \ 0 \ 0]; % A,B, C mol/m3$ tau = 1; %min % Comando C = fsolve(@Cstr,[0 0.5 2.5]); % input : valore di 1° tentativo disp('Soluzione') disp(C) % Stampo il valore della variabile C sulla Command Window

end







• Si calcoli la composizione in uscita da un reattore CSTR nella quale avviene la seguente reazione:

A  $\stackrel{k_1}{\longrightarrow}$  B  $\stackrel{k_2}{\longrightarrow}$  C

function f = Cstr(c) % La function Cstr contiene il sistema di equazioni

global k1 k2 C\_in tau % Richiamo i valori dalla function Main

 $f(1) = C_{in}(1) - c(1) - k1 * c(1) * tau;$  f(2) = -c(2) + (k1\* c(1) - k2 \* c(2)) \* tau;f(3) = -c(3) + k2 \* c(2) \* tau;

end





# Risoluzione di equazioni differenziali

POLITECNICO DI MILANO



## Equazioni differenziali



• Per risolvere numericamente problemi di Cauchy (sistema di equazioni differenziali con relative condizioni iniziali) si utilizza la famiglia di comandi **ode** (ode23, ode45,ode23s, ode25s,...), aventi la seguente struttura:

[t X]=ode45(`NomeFunction',tSpan,X0,options)

Dove:

t è il vettore delle variabili indipendenti (tempo di integrazione);

x è il la matrice delle variabili dipendenti (ciascuna colonna rappresenta l'evoluzione temporale delle variabili  $x_1, x_2, x_3,...$ );

NomeFunction è il nome della funzione ausiliaria che contiene il sistema ODE;

tSpan è l'intervallo temporale di integrazione;

x0 è il vettore di condizioni iniziali;

options contiene alcuni parametri di risoluzione (options=odeset('RelTol',1E-8,'AbsTol',1E-12));



#### Struttura della function

function dydt = SisDiff(t,X)								
X1=X(1);								
X2=X(2);								
X3=X(3);								
dydt(1) = -k1 * X1;								
dydt(2) = k1 * X1 - k2 * X2;								
dydt(3) = k2 * X3;								
dvdt = dvdt';								

**N.B.**: Alla fine del sistema trasponiamo il vettore, per trasformarlo in un vettore colonna.







• Ricavare il profilo di concentrazione di ogni specie in un reattore Batch nel quale ha luogo la seguente reazione chimica:

```
A \overset{k_1}{\longrightarrow} B \overset{k_2}{\longrightarrow} C
function Batch
global k1 k2
% Dati
k1 = 0.5;
k2 = 0.3;
c0 = [3 \ 0 \ 0]; \% \ mol/m3
tspan = 0:0.1:20;
% Comando
[t,c] = ode45(@sistemaDiffSerie,tspan,c0);
figure(1)
subplot(2,1,1)
plot(t,c(:,1),'b', t,c(:,2),'r', t,c(:,3),'g')
legend('A','B','C')
title('Schema in serie')
xlabel('Time')
ylabel('Concentration')
end
```







• Ricavare il profilo di concentrazione di ogni specie in un reattore Batch nel quale ha luogo la seguente reazione chimica:

A  $\xrightarrow{k_1}$  B  $\xrightarrow{k_2}$  C

function dC = sistemaDiffSerie(t,C) Schema in serie global k1 k2 3 r1 = k1\* C(1);А В 2.5 r2 = k2\* C(2);С 2 dC(1,:) = -r1;Concentration 5 dC(2,:) = r1-r2;dC(3,:) = r2;1 end 0.5 0 10 15 0 5 20

Time





## **HOW TO...**

© PSE-Lab – Corso di SECDIC – Tutorial di Matlab

POLITECNICO DI MILANO





#### **HT1: COMANDI PER DEFINIRE UN VETTORE**

**Domanda**: come produrre dei punti equispaziati secondo *n* intervalli comprendendo gli estremi (vettore con numero limitato di elementi)?

**Risposta**: si può utilizzare il costrutto Matlab<sup>™</sup>:

x = xLow:delta:xUp.

Tra i due : è riportata la spaziatura desiderata, mentre nelle zone esterne sono riportati gli estremi del vettore. Ad esempio: x = [0.1: 0.01: 1.2] fornisce un vettore di valori compresi tra 0.1 (xLow) e 1.2 (xUp) con discretizzazione delta di 0.1.

In alternativa, invece di specificare la spaziatura dei singoli elementi, è possibile definire il numero di elementi contenuti dal vettore :

#### x = linspace(xLow:xUp:n)

I primi due input del comando linspace corrispondono agli estremi del vettore desiderato, mentre il terzo input corrisponde al numero totale di elementi che si desiderano nel vettore.







#### HT2: CICLO WHILE

**Domanda**: come funziona esattamente il costrutto while ?

**Risposta**: il costrutto while continua ad eseguire le istruzioni in esso contenute **MENTRE** la sua condizione è **VERA**.

**Esempio**: data la serie armonica (somma degli inversi dei numeri naturali) per sapere quanti termini sono necessari prima di raggiungere almeno il valore 5 si scriverà:

```
n = 0;
somma = 0.;
while somma < 5.
    n = n + 1;
    somma = somma + 1. / n;
end
disp([` n = ', num2str(n)]);
```







#### HT2 continua

Sarebbe un grave errore utilizzare l'espressione:

```
while somma = 5.
```

Parimenti è <u>un'imprecisione</u> utilizzare l'espressione:

```
while somma <= 5.
```

in quanto il problema chiede chiaramente: "prima di raggiungere **almeno** il valore 5". Ciò sta a significare che il ciclo while deve terminare non appena è stato raggiunto o superato il valore 5. Supponiamo, cosa non vera, che la somma dei primi 83 reciproci dei numeri naturali conducesse esattamente al valore 5. Se si utilizzasse l'istruzione:

```
while somma <= 5.
```

la procedura while sarebbe autorizzata a iterare ancora una volta per sommare il termine 84-esimo che quindi andrebbe oltre il valore 5 richiesto dal problema.







#### **HT3: DIMENSIONE DI UNA MATRICE**

**Domanda**: come determinare il numero di righe e colonne di una matrice?

**Risposta**: occorre utilizzare l'istruzione size.

#### Esempio:

```
A = zeros(3,5)
nRows = size(A,1);
nCols = size(A,2);
disp(['nRows = ',num2str(nRows),' nCols = ',num2str(nCols)]);
```

#### **Output**:

A =					
	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0
nRoy	ws = 3	nCo	ols = 5	5	







#### **HT4: DIMENSIONI DI UNA MATRICE**

Domanda: come determinare il numero di dimensioni di una matrice?

**Risposta**: occorre utilizzare le istruzioni size elength.

Esempio:

```
A = zeros(3,5);
```

nRowsCols = size(A)

nDimensions = length(nRowsCols)

#### Output:









#### **HT5: MATRICE RANDOM**

**Domanda**: come si crea una matrice di numeri random?

**Risposta**: occorre utilizzare l'istruzione rand.

**Esempio**:

Α	= rand(4)	%	crea	una	matrice	<b>4x4</b>	di	numeri	random
в	= rand(3,5)	%	crea	una	matrice	3 <b>x</b> 5	di	numeri	random

**N.B.**: i numeri random generati hanno una distribuzione uniforme ed appartengono all'intervallo 0,...1. Ogniqualvolta si ripeta il comando **rand** si ottiene una nuova matrice contenente numeri diversi dalla volta precedente.







#### **HT6: DIAGONALE DI UNA MATRICE**

**Domanda**: come si estrae la diagonale di una matrice e la si memorizza in un vettore?

**Risposta**: occorre utilizzare l'istruzione diag.

#### **Esempio**:

A = rand(4)	%	crea una matrice 4x4 di numeri random
b = diag(A)	%	estrae la diagonale della matrice

#### **Output:**

A =

0.6491	0.1996	0.0990	0.3467
0.8555	0.3462	0.3092	0.4739
0.0465	0.9669	0.8400	0.3614
0.6771	0.2056	0.9913	0.6677

b =

0.6491 0.3462 0.8400 0.6677





#### **HT7: PRODOTTO TRA ELEMENTI DI UN VETTORE**

Domanda: come si effettua il prodotto degli elementi di un vettore?

**Risposta**: o con un semplice ciclo for oppure con l'istruzione prod.

#### Esempio:

```
vet = [3.1 4.4 -7.12 2.8];
ris1 = 1.;
for i = 1: length(vet)
    ris1 = ris1 * vet(i);
end
ris1
ris2 = prod(vet)
```

#### Output:

ris1 = -271.9270 ris2 = **N.B.**: attenzione a non usare l'istruzione size(vet) anziché length(vet) in quanto se
si ha un vettore riga l'istruzione size ritorna
come primo elemento il numero di righe
dell'array, coincidente con 1.

Così facendo il ciclo for verrebbe eseguito soltanto una volta operando sul primo elemento del vettore vet producendo così ris1 = 3.1 anziché -271.92704.

-271.9270

1





#### **HT8: DETERMINANTE DI UNA MATRICE TRIANGOLARE**

**Domanda**: come si calcola il determinante di una matrice triangolare?

**Risposta**: se una matrice è triangolare destra o sinistra il suo determinante coincide con il prodotto degli elementi della diagonale. Si utilizzano le istruzioni: prod e diag. In alternativa l'istruzione generale det.

Semnio <sup>.</sup>	Output:			
-semplo.	R =			
R = zeros(3);	34.3592	11.6499	52.5129	
<b>for</b> i = 1: 3	0	46.4761	51.6449	
<b>for j</b> = <b>i</b> : 3	0	0	11.9602	
R(i,j) = 100. * rand;	det1 =			
end	1.9099e+0	04		
end	det2 =			
	1.9099e+004			
R				
<pre>det1 = prod(diag(R))</pre>				
det 2 = det(R)				

#### © PSE-Lab – Corso di SECDIC – Tutorial di Matlab







#### **HT9: DIAGRAMMI**

**Domanda**: come disegnare con Matlab<sup>™</sup> quattro diagrammi in un'unica finestra?

**Risposta**: si utilizza l'istruzione subplot(n,m,i) che permette di disegnare n righe ed m colonne di diagrammi puntando nella fattispecie sul diagramma i-esimo contando da sinistra a destra e dall'alto in basso. Il diagramma è poi ottenuto tramite la solita istruzione plot.

#### **Esempio**:

```
subplot(2,2,1); % 4 diagrammi (2 x 2), inizio a puntare al #1
plot(x1,y1),title `diagramma 1';
subplot(2,2,2); % punto al #2 (in alto a destra)
plot(x2,y2),title `diagramma 2';
subplot(2,2,3); % punto al #3 (in basso a sinistra)
plot(x3,y3),title `diagramma 3';
subplot(2,2,4); % punto al #4 (in basso a destra)
plot(x4,y4),title `diagramma 4';
```





#### **HT10: PARTE INTERA DI UN NUMERO**

**Domanda**: come si determina la parte intera di un numero in virgola mobile?

**Risposta**: provare i seguenti comandi di Matlab<sup>™</sup>: fix, round, floor, ceil.

#### Esempio:

```
x = [-5.8, -3.2, -2.5, 0., 0.5, 2.1, 3.9]
fixX = fix(x)
roundX = round(x)
floorX = floor(x)
ceilX = ceil(x)
```

#### Output:

x	=	-5.8000	-3.2000	-2.5000	0	0.5000	2.1000	3.9000
fixX	=	-5	-3	-2	0	0	2	3
roundX	=	-6	-3	-3	0	1	2	4
floorX	=	-6	-4	-3	0	0	2	3
ceilX	=	-5	-3	-2	0	1	3	4







#### **HT11: DIRETTORIO**

**Domanda**: come si fa a sapere in quale direttorio Matlab<sup>™</sup> sta operando?

Risposta: si utilizza il comando: pwd

Esempio:

>> pwd

ans =

E:\MyDocuments\Corsi\CDPDIC\Sources\Matlab\Ese3

#### **HT12: FILE NEL DIRETTORIO**

Domanda: come si fa a sapere quali sono i file presenti nel direttorio attuale?

Risposta: si utilizza il comando: dir

#### Esempio:

>> dir

DvdSolveL.m Ese34.m Ese35.m Ese38.m UseDvdSolveA.m







#### **HT13: DIRETTORIO DI UNA FUNCTION**

**Domanda**: come si fa a sapere a quale direttorio appartiene una certa funzione?

**Risposta**: si utilizza il comando: which FUN (oppure anche which FUN –ALL)

Esempio:

- >> which fsolve
- C:\MATLAB\toolbox\optim\fsolve.m

#### **HT14: CAMBIARE DIRETTORIO**

Domanda: come si fa a cambiare direttorio tramite linea di comando?

Risposta: si utilizza il comando: cd

Esempio:

>> cd c:\windows\system32







#### **HT15: INTEGRALE ANALITICO**

**Domanda**: come si fa a calcolare l'integrale analitico di una funzione?

Risposta: si utilizzano i comandi: syms e int

Esempio:

- >> syms x >> int(x<sup>2</sup>)
- ans =
- 1/3\*x^3

#### HT16: DERIVATA ANALITICA

Domanda: come si fa a calcolare la derivata analitica di una funzione

Risposta: si utilizzano i comandi: syms e diff

Esempio:

- >> syms x
- >> diff(x^3)

ans =

3\*x^2







#### **HT17: SPECIFICARE LIMITI GRAFICI**

**Domanda**: come si fa a specificare i limiti inferiore e superiore di un asse in un diagramma prodotto con il comando plot ?

Risposta: si utilizzano le istruzioni: xlim e/o ylim e il comando set

**Esempio**:

```
plot(xF,yF, 'r-'),grid,title('Funzione di Lagrange');
```

```
set(gca,`xlim',[-0.5 1.5]);
```

**Spiegazione**: gca è il puntatore alla finestra attuale dove vengono presentati i grafici. L'istruzione ylim indica che si vuole specificare un intervallo per l'asse delle ordinate. Il vettore successivo [-0.5 1.5] definisce i valori minimo e massimo per tale asse.

**N.B.**: in alternativa si clicca due volte sull'asse delle ascisse o delle ordinate del grafico prodotto dal comando plot e si assegnano in modo interattivo gli estremi del grafico.







#### HT18: CICLO WHILE CON DUE CONDIZIONI

**Domanda**: come eseguire una serie di istruzioni iterativamente fintantoché una delle due condizioni non è più vera?

Risposta: si utilizza il comando while con l'operatore di confronto &&

#### **Esempio**:

while (b-a) < EPSI && iConto < MAX\_ITER iConto = iConto + 1; ... % serie di istruzioni iterative end

**Spiegazione**: il ciclo while viene eseguito mentre le condizioni poste sono vere. Se ad esempio si vuole proseguire con le iterazioni, fintantoché l'intervallo (b-a) è maggiore di EPSI o fintantoché il numero massimo di iterazioni MAX\_ITER non è stato raggiunto, il ciclo while riportato nell'esempio è ciò che fa al caso nostro.







#### **HT19: MEMORIZZARE UNA STRINGA**

**Domanda**: esiste un modo per memorizzare una informazione in una variabile di tipo stringa?

**Risposta**: Sì. È molto semplice. Basta assegnare la stringa alfanumerica tra virgolette semplici ad una nuova variabile.

#### **Esempio**:

```
unaStringa = `Soluzione non accettabile';
messaggio = `Il programma abortisce per un grave errore.';
disp(unaStringa);
disp(messaggio);
```







#### HT20: FUNTOOL

**Domanda**: come è possibile studiare il comportamento analitico di una funzione effettuando numerose operazioni quali calcolo della sua derivata, integrale, traslazione, inversa, ..., diagrammando comodamente i risultati?

**Risposta**: È molto semplice. Basta eseguire da riga di comando l'istruzione: funtool.

#### **Esempio**:

>> funtool

Automaticamente Matlab<sup>™</sup> lancia una finestra interattiva con numerosi bottoni e caselle di testo di facile comprensione. In più vengono visualizzate due finestre grafiche su cui appaiono in tempo reale i risultati richiesti dall'utente. La scrittura della funzione è semplicissima e rispetta la sintassi Matlab<sup>™</sup>.





#### **HT21: SINGOLA O DOPPIA PRECISIONE**

**Domanda**: è possibile lavorare con Matlab<sup>™</sup> in singola o in doppia precisione ?

**Risposta**: Dalla versione 7.0 di Matlab<sup>™</sup> sì, utilizzando i comandi single e double.

Esempio:

3.140000000000000

Si noti che utilizzando il formato esteso di rappresentazione dei numeri la singola precisione non è in grado di rappresentare il numero razionale 3.14 e quindi lo approssima con 3.1400001. Solo la doppia precisione descrive correttamente il numero 3.14.





#### HT21 continua

**Esempio**:

```
>> y = 1.e20 * 1.e30
y =
    le+050
>> x = single(1.e20)* single(1.e30)
x =
    Inf
```

Se non specificato  $\mathbf{y}$  è per default in doppia precisione in Matlab<sup>TM</sup>. Al contrario  $\mathbf{x}$  eccede il massimo valore rappresentabile in singola precisione. Avremmo ottenuto lo stesso risultato con  $\mathbf{x} = \mathtt{single}(\mathbf{y})$ .







#### **HT22: RESTO DELLA DIVISIONE**

**Domanda**: come si fa a capire se un numero intero è pari o dispari ?

**Risposta**: tramite la funzione intrinseca mod(x,y) che restituisce il resto della divisione tra interi

#### **Esempio**:

if mod(n,2) == 0
% il numero è pari (avendo ipotizzato che n sia un intero)
else
% il numero è dispari

end







#### **HT23: GRAFICI DI FUNZIONI**

**Domanda**: come si fa a disegnare più grafici di funzione su di uno stesso diagramma

**Risposta**: tramite il comando hold on dopo la prima istruzione plot o fplot e prima della successiva.

#### Esempio:

```
fplot('sin(x)',[-pi pi])
```

hold on

```
fplot('cos(x)',[-pi pi])
```







#### • HT24: LEGENDA

- **Domanda**: se su di una stessa figura giacciono più diagrammi come è possibile mostrare
- una legenda per ognuna delle curve?
- **Risposta**: tramite l'istruzione legend.
- Esempio:
  - plot(x1,y1,'b-',x2,y2,'r-',x3,y3,'k:')
  - legend('prima curva','seconda curva','terza curva')



### HOW TO

100 200 300

400 500

600 700 800

900



700 800

#### HT25: MAPPA COLORATA DI UNA MATRICE

**Domanda**: come si ottiene una mappa colorata di una matrice?

**Risposta**: tramite l'istruzione image.

#### **Esempio**:

```
nDim = 1000;
A = zeros(nDim);
for i = 1: nDim
    for j = 1: nDim
        A(i,j) = 100.*sin((pi*i/nDim)^2 + (2.*pi*j/nDim)^2);
    end
end
image(A)
```

**Risposta**: i valori dei coefficienti della matrice debbono essere sufficientemente diversi l'uno dall'altro pena l'appiattimento dei colori.





#### HT25 continua

In alternativa, sempre utilizzando l'istruzione image è possibile fornire le componenti RGB (red, green, blue) di ogni elemento della matrice. Tali componenti debbono appartenere

all'intervallo 0.,...1. In tale caso si lavora con una matrice a tre dimensioni dove la terza dimensione, composta di tre elementi, memorizza i dati RGB.

#### **Esempio**:



#### end

end

image(A)








### **HT26: SUPERFICIE COLORATA**

**Domanda**: come si ottiene una superficie colorata dai dati di una matrice?

**Risposta**: tramite l'istruzione surf.









## HT26 continua

Aggiungendo l'istruzione cameratoolbar alla fine dello script riportato alla slide precedente

è possibile ruotare l'immagine in tre dimensioni utilizzando il mouse.







### **HT27: CRONOMETRARE IL TEMPO**

**Domanda**: come si fa a cronometrare il tempo di una certa sequenza di istruzioni?

**Risposta**: tramite le istruzioni tic e toc.

# Esempio:

tic

A = rand(2000); b = rand(2000,1); x = A \ b; toc

## Output:

Elapsed time is 3.250000 seconds.

**N.B.**: la precisione nel conteggio del tempo di calcolo non è elevatissima.

In alternativa è possibile utilizzare il comando cputime che restituisce il tempo di calcolo impiegato da Matlab<sup>™</sup> fino a quel momento.

In tal caso per conoscere il tempo di calcolo impiegato da una sequenza di istruzioni è sufficiente scrivere:

tIni = cputime;

...; % sequenza istruzioni

cputime - tIni







#### **HT28: SOSPENDERE ESECUZIONE**

**Domanda**: come si fa a sospendere l'esecuzione di un programma?

**Risposta**: tramite l'istruzione pause.

**N.B.**: se si utilizza la semplice istruzione **pause** il programma si ferma in attesa che l'utente prema un qualsiasi tasto.

In alternativa pause(xsec) blocca il programma per xsec. Ad esempio pause(0.2).







#### **HT29: BLOCCARE ESECUZIONE**

**Domanda**: come si fa a bloccare l'esecuzione di un programma che sia entrato in un loop infinito o che comunque non risponda più a causa di un calcolo lunghissimo?

**Risposta**: premendo i tasti Ctrl+c.

N.B.: i tasti Ctrl+c debbono essere premuti contemporaneamente dalla finestra di comando di Matlab<sup>™</sup>. Dopo la pressione di tali tasti il programma o lo script in esecuzione viene bloccato e non è possibile riprendere l'esecuzione.







- <u>http://www.eece.maine.edu/mm/matweb.html</u>
- <u>http://spicerack.srunh.edu/~mathadm/tutorial/software/matlab/</u>
- http://www.engin.umich.edu/group/ctm/basic/basic.html
- <u>http://www.mines.utah.edu/gg\_computer\_seminar/matlab/matlab.html</u>
- <u>http://www.math.ufl.edu/help/matlab-tutorial/</u>
- <u>http://www.indiana.edu/~statmath/math/matlab/</u>
- <u>http://www.ciaburro.it/matlab/matlab.pdf</u>

Altre risorse presso:

• http://pselab.chem.polimi.it/corso-di-studio/calcoli-di-processo-dell-ingegneria-chimica/