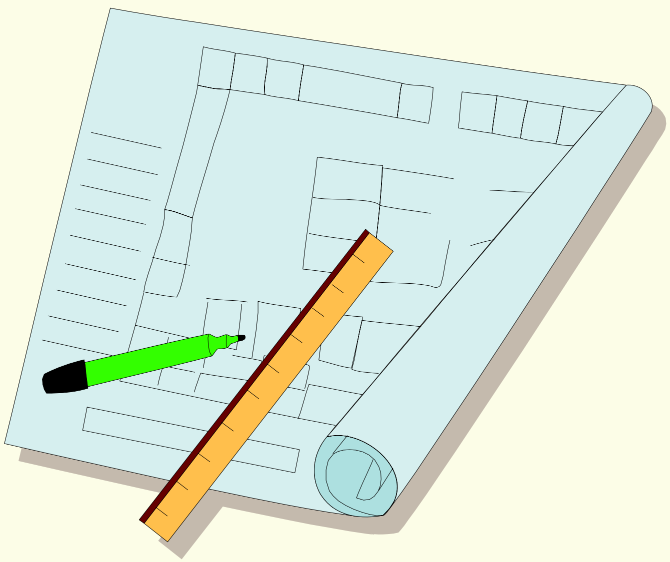
# Flessibilità di processo



# Introduzione alla flessibilità di processo

In genere durante l'attività di sintesi di processo e la contemporanea ottimizzazione si assume che le condizioni operative siano **nominali** ed assegnate.

La progettazione viene cioè condotta rispetto a condizioni operative nominali.

È evidente che, durante la normale conduzione di impianto, le condizioni operative risultino differenti da quelle nominali di progettazione.

Ciò è dovuto sia alla variazione del processo (alimentazioni, attività catalizzatore, fattori sporcamento, condizioni climatiche, ...) che alle incertezze nei parametri di progettazione (scostamenti dalla realtà, semplificazioni, assunzioni a priori, ...).

In quest'ottica, non è sufficiente che un progetto sia ottimale dal punto di vista economico ma deve esibire anche delle buone caratteristiche di operatività → **FLESSIBILITÀ**.

**Definizione: il termine FLESSIBILITÀ indica la capacità di un progetto di mantenere uno stazionario adeguato (fattibilità) per un certo intervallo di incertezza nelle condizioni operative del processo.**

Esistono anche altri punti importanti nell'ambito della operatività del processo quali: controllabilità, sicurezza e affidabilità. La flessibilità è però il primo punto da considerare durante la procedura di sintesi del processo.

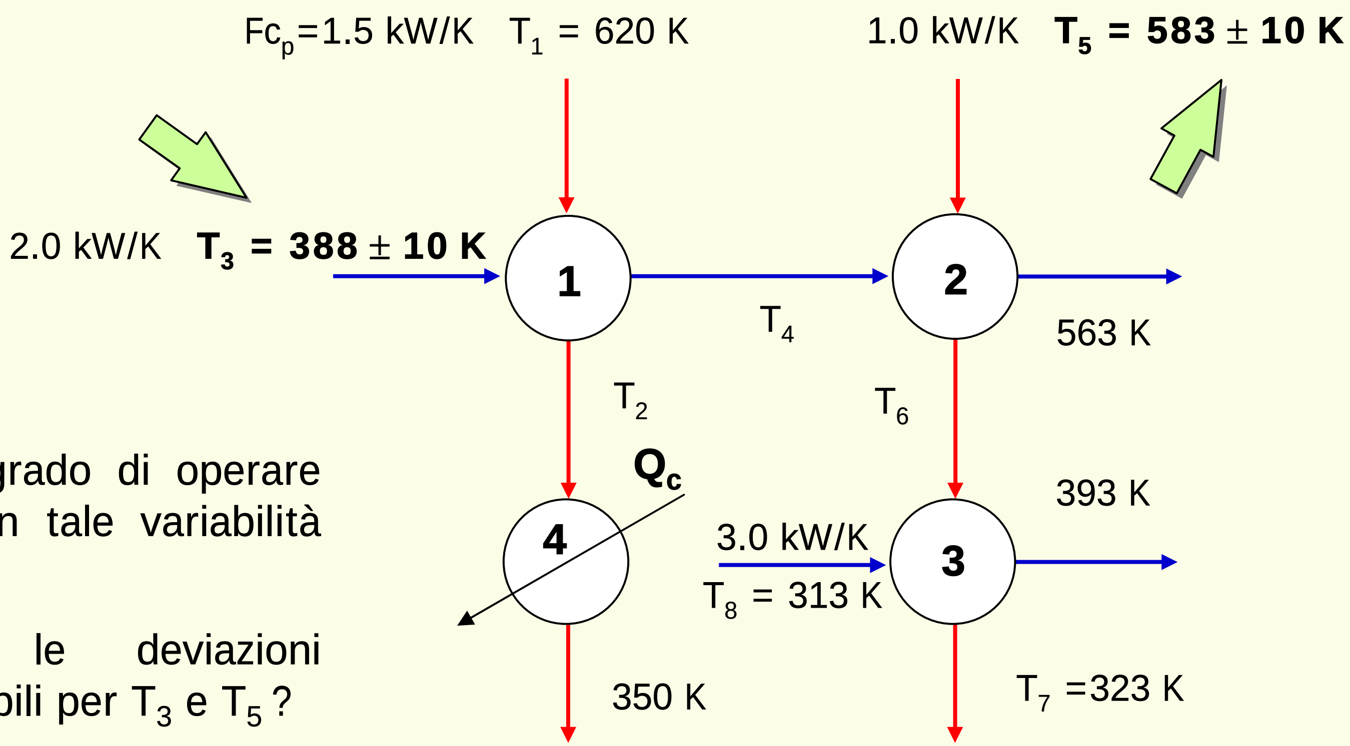
I principali lavori nel campo della flessibilità sono: Grossmann *et al.* (1983), Grossmann e Morari (1984), Grossmann e Straub (1991), Pistikopoulos e Grossmann (1989).

# Esempio chiarificatore

Si consideri la seguente rete di scambio termico già ottimizzata energeticamente (richiede infatti soltanto un'utility esterna $Q_c$ di raffreddamento.

Si desidera conoscere il suo grado di flessibilità operativa rispetto alle temperature di ingresso: $T_3$ e $T_5$ i cui valori nominali sono: 388 e 583 K.

Si assume che ogni corrente possa avere un grado di incertezza con deviazione di $\pm$10 K.




**PROBLEMA**

- La rete è in grado di operare correttamente con tale variabilità su $T_3$ e $T_5$ ?
- Quali sono le deviazioni massime ammissibili per $T_3$ e $T_5$ ?

# Esempio chiarificatore

Per rispondere ai due quesiti appena posti occorre dapprima scrivere le equazioni di bilancio entalpico e le specifiche della rete.

Equazioni di bilancio entalpico:

1) $1.5(620 - T_2) = 2.0(T_4 - T_3)$
2) $1.0(T_5 - T_6) = 2.0(563 - T_4)$
3) $1.0(T_6 - T_7) = 3.0(393 - 313)$
4) $Q_c = 1.5(T_2 - 350)$

Specifiche di temperatura:

1) $T_2 - T_3 \geq 0$
2) $T_6 - T_4 \geq 0$
3) $T_7 - 313 \geq 0$
4) $T_6 - 393 \geq 0$
5) $T_7 \leq 323$

Condizioni di fattibilità dello scambio termico con $\Delta T=0$

Nelle equazioni appena scritte è possibile evidenziare:

- $T_2, T_4, T_6, T_7$ = **variabili di stato** assegnate e mantenute costanti
- $T_3, T_5$ = **parametri di incertezza**
- $Q_c$ = **variabile di controllo** che può essere modificata con il variare di $T_3, T_5$

# Esempio chiarificatore

Eliminando le variabili di stato nelle equazioni di bilancio entalpico e sostituendole nelle specifiche di temperatura si ottiene:

$$f_1)\quad T_3 - 2/3\,Q_c - 350 \le 0$$

$$f_2)\quad -T_3 - T_5 + 1/2\,Q_c + 923.5 \le 0$$

$$f_3)\quad -2T_3 - T_5 + Q_c + 1144 \le 0$$

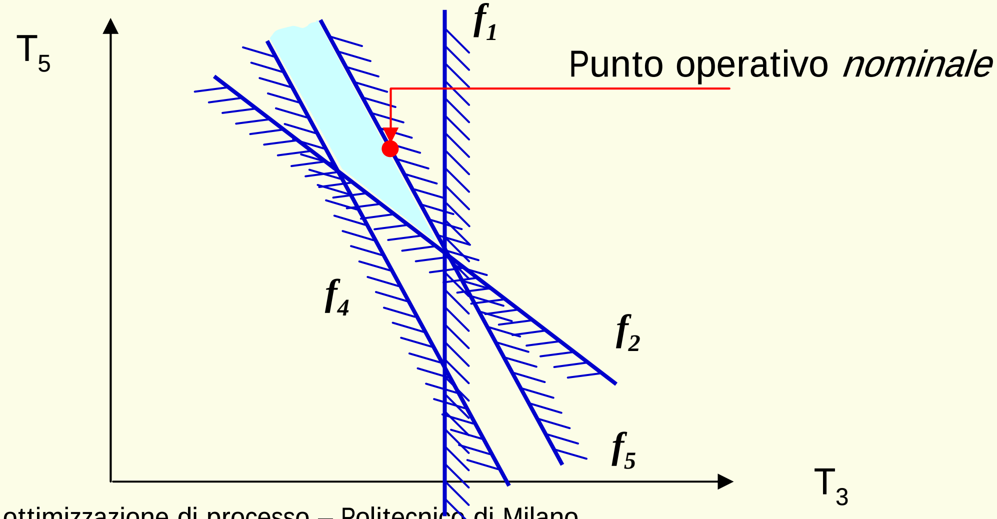
$$f_4)\quad -2T_3 - T_5 + Q_c + 1274 \le 0$$

$$f_5)\quad 2T_3 + T_5 - Q_c - 1284 \le 0$$

Si noti come la $f_4$ sia più "stringente" della $f_3$

Le cinque disequazioni definiscono la zona di fattibilità operativa in funzione di $T_3$, $T_5$ e della variabile di controllo $Q_c$.

Se ad esempio assumiamo che $Q_c$ =75 kW, valore che corrisponde alle condizioni nominali per $T_3$ = 388 e $T_5$ = 583 K, la regione di fattibilità operativa della rete risulta essere:




Si noti come il punto nominale si trovi su un vincolo di disuguaglianza.

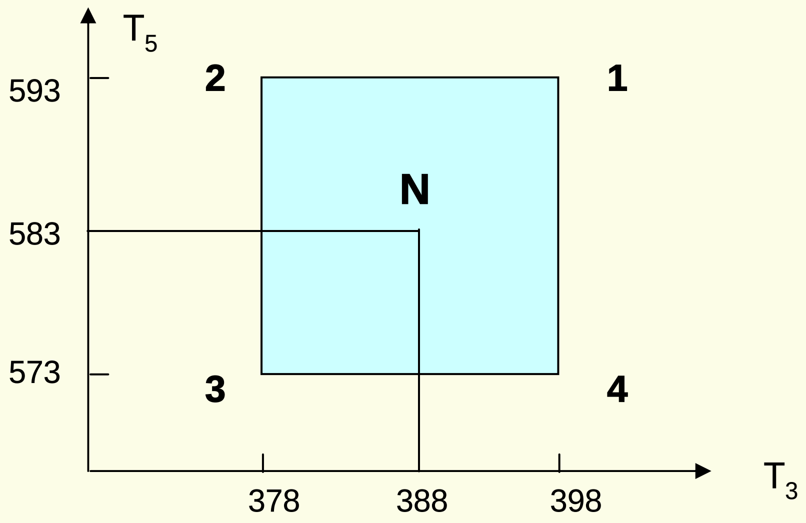
Un incremento positivo per $T_3$ o $T_5$ rende la rete non fattibile se il valore di $Q_c$ viene mantenuto a 75 kW.

# Esempio chiarificatore

Per comprendere cosa succede alla rete se $Q_c$ viene modificato in base al valore assunto da $T_3$ e $T_5$ si considera il seguente test di flessibilità: per ognuno dei **quattro vertici** definiti dai valori limite per $T_3$ e $T_5$ si minimizza la violazione massima delle disequazioni rispetto alla variabile di ottimizzazione: $Q_c$. Il problema **LP** risultante è:

$$\psi^k = \min_{u,Q_c} u$$

$$\begin{aligned} s.t. \quad & f_1) & T_3^k - 2/3\,Q_c - 350 &\le u \\ & f_2) & -T_3^k - T_5^k + 1/2\,Q_c + 923.5 &\le u \\ & f_3) & -2T_3^k - T_5^k + Q_c + 1144 &\le u \\ & f_4) & -2T_3^k - T_5^k + Q_c + 1274 &\le u \\ & f_5) & 2T_3^k + T_5^k - Q_c - 1284 &\le u \\ & & Q_c &\ge 0 \end{aligned}$$




## Vertici per la minimizzazione

| Vertice | T3 | T5 |
|---|---|---|
| 1 | 388+10 | 583+10 |
| 2 | 388-10 | 583+10 |
| 3 | 388+10 | 583-10 |
| 4 | 388-10 | 583-10 |

## Soluzioni dei quattro LP

| Vertice | Fobj | Qc |
|---|---|---|
| 1 | -5 | 110 |
| 2 | -5 | --- |
| 3 | -3.333 | 48.333 |
| 4 | -3.333 | 88.333 |

# Esempio chiarificatore

Per esemplificare la procedura di minimizzazione relativa ai quattro vertici, si riporta la soluzione del problema LP per il primo vertice: $T_3 = 398$ e $T_5 = 593$ K.

Occorre minimizzare la massima violazione *u* delle cinque disequazioni utilizzando come gradi di libertà: *u* e $Q_c$.

Le disequazioni da rispettare valgono nel caso specifico:

$$u_1 \geq -\frac{2}{3}Q_c + 48$$

$$u_2 \geq \frac{1}{2}Q_c - 67.5$$

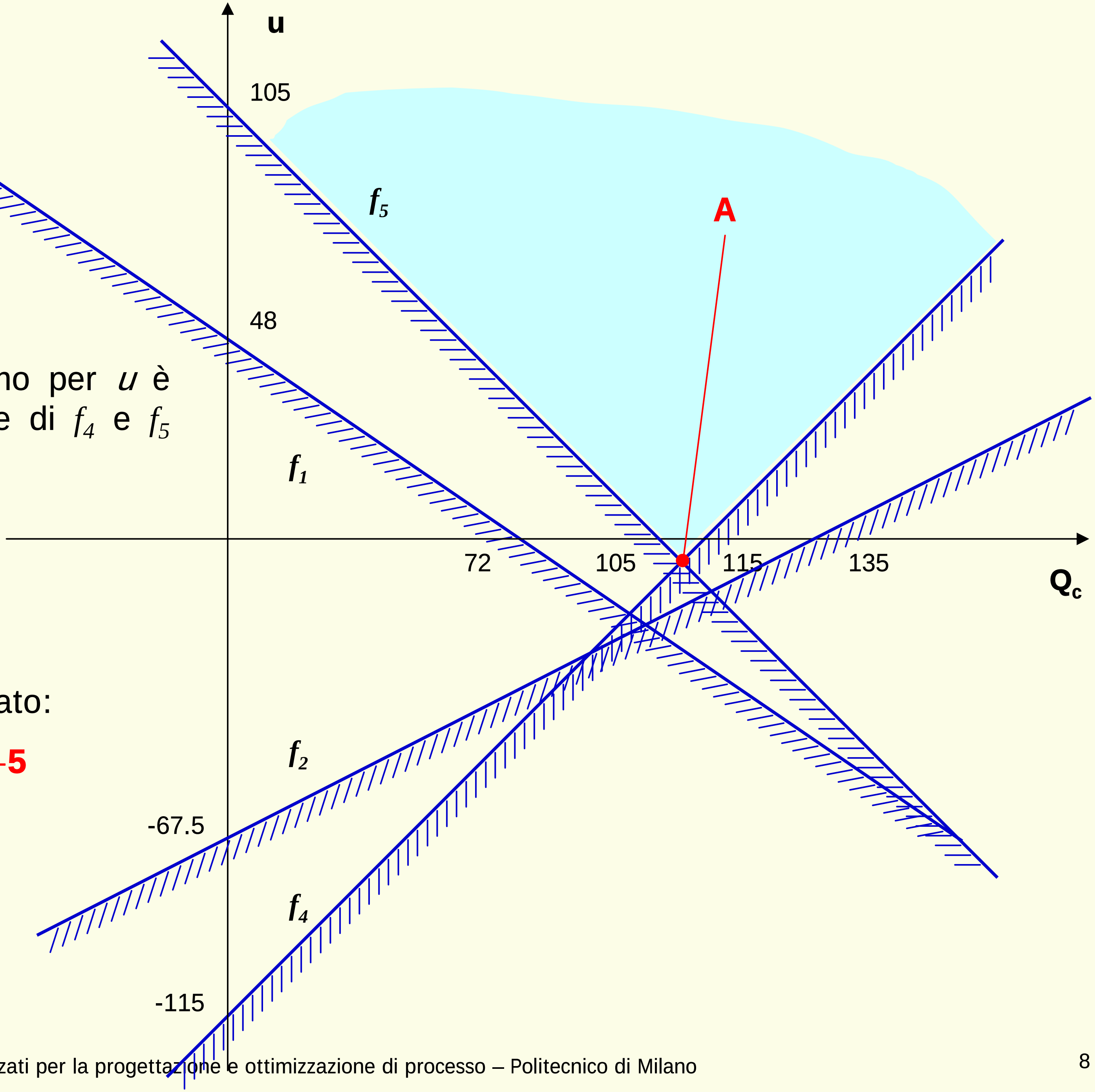
$$u_3 \geq Q_c - 245$$

$$u_4 \geq Q_c - 115$$

$$u_5 \geq -Q_c + 105$$

Si noti come la disequazione 4 sia dominante sulla 3.

Riportando la soluzione grafica nel piano $Q_c$–u si ottiene:




Il punto **A** di minimo per *u* è dato dall'intersezione di $f_4$ e $f_5$ ovvero:

$$\begin{cases} u_4 \geq Q_c - 115 \\ u_5 \geq -Q_c + 105 \end{cases}$$

che conduce al risultato:

**$Q_c$ = 110** e **u = –5**

# Esempio chiarificatore

Dato che per ognuno dei quattro vertici la funzione obiettivo, *u*, risulta <u>sempre negativa</u> è possibile dedurre che la rete di scambio termico ha una flessibilità maggiore dell'intervallo ± 10 K per $T_3$ e $T_5$. È sufficiente regolare in modo opportuno la variabile di controllo $Q_c$.

| Vertice | Fobj | Qc |
|---|---|---|
| 1 | -5 | 110 |
| 2 | -5 | --- |
| 3 | -3.333 | 48.333 |
| 4 | -3.333 | 88.333 |

Per individuare viceversa il **grado massimo di flessibilità** della rete di scambio termico è sufficiente determinare il massimo intervallo di variabilità per le due temperature $T_3$ e $T_5$ in grado di mantenere il sistema fisicamente fattibile. Occorre risolvere il nuovo problema LP:

$$\delta^k = \underset{\delta, Q_c}{Max} \ \delta$$

$$\begin{aligned}
s.t. \quad & f_1) \quad T_3^k - 2/3\,Q_c - 350 \le 0 \\
& f_2) \quad -T_3^k - T_5^k + 1/2\,Q_c + 923.5 \le 0 \\
& f_3) \quad -2T_3^k - T_5^k + Q_c + 1144 \le 0 \\
& f_4) \quad -2T_3^k - T_5^k + Q_c + 1274 \le 0 \\
& f_5) \quad 2T_3^k + T_5^k - Q_c - 1284 \le 0 \\
& Q_c \ge 0
\end{aligned}$$

Dove δ misura la deviazione del vertice dal punto operativo nominale

## Vertici per la minimizzazione

| Vertice | T3 | T5 |
|---|---|---|
| 1 | 388+10δ | 583+10δ |
| 2 | 388-10δ | 583+10δ |
| 3 | 388+10δ | 583-10δ |
| 4 | 388-10δ | 583-10δ |

## Soluzioni dei quattro LP

| Vertice | δ | Vincoli attivi |
|---|---|---|
| 1 | ∞ | --- |
| 2 | ∞ | --- |
| 3 | 1.52 | (f1,f2) |
| 4 | 2 | (f2,f5) |

# Esempio chiarificatore

La soluzione al problema $\delta^k$ individua il vertice 3 come il punto più limitante per l'intera rete di scambio termico.

È cioè possibile osservare che il **punto critico** della rete viene raggiunto per: $\delta^3$ = 38/25 = 1.52 cui corrisponde un $\Delta T = 15.2$ K, che individua:

- $T_3^3$ = 388 - 15.2 = 372.8 K
- $T_5^3$ = 583 - 15.2 = 567.8 K

Nella fattispecie è possibile affermare che l'indice di flessibilità della rete è pari a 1.52. Si noti comunque come tale indice sia funzione dell'intervallo iniziale di perturbazione delle condizioni nominali fissato in 10 K. Più correttamente è opportuno dire che l'intervallo massimo di flessibilità è pari a 15.2 K qualora nell'ambito della rete di scambio termico vengano considerati come due parametri di incertezza le grandezze: $T_3$ e $T_5$.

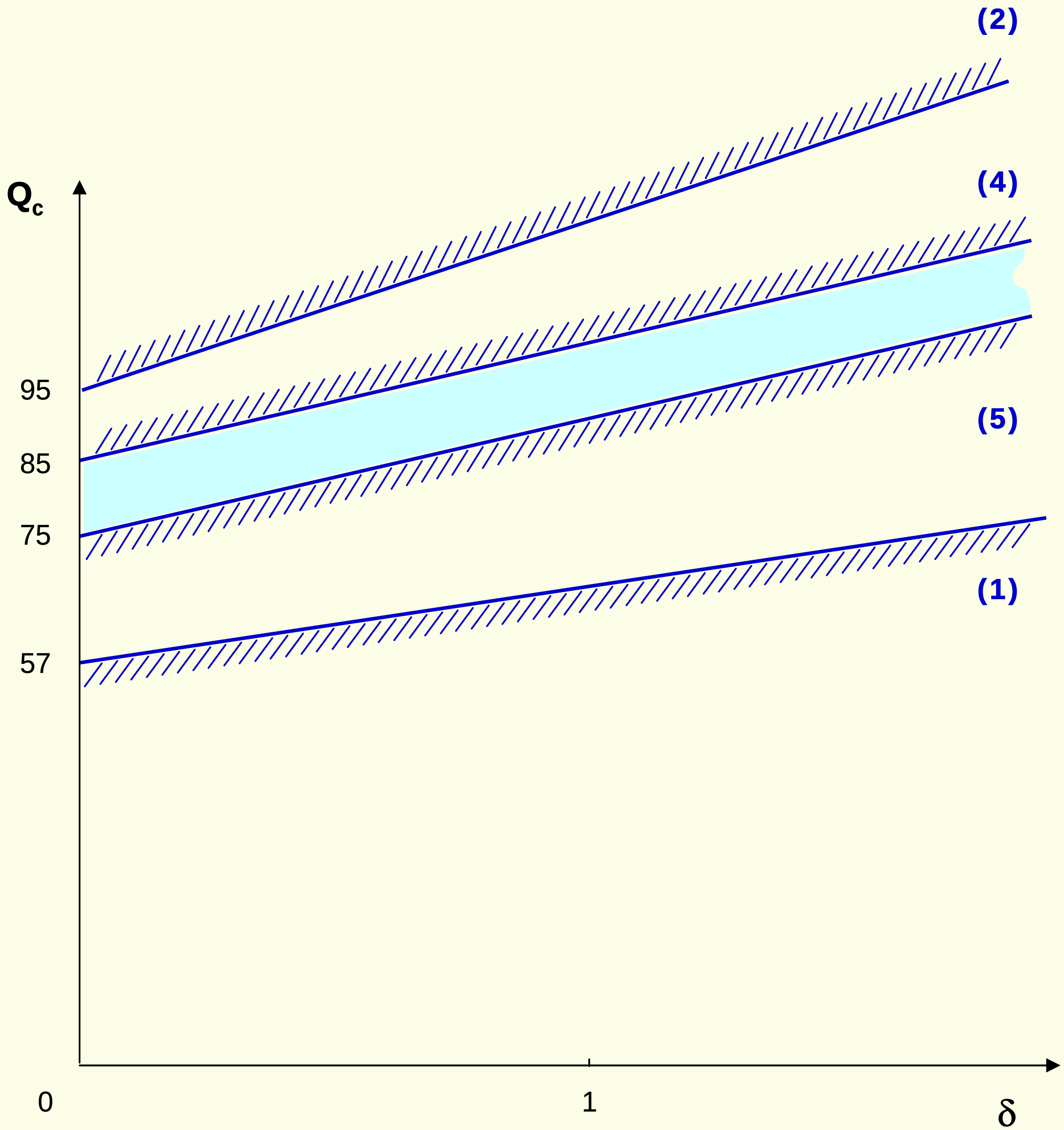
Nel seguito sono riportate le soluzioni del problema LP per i vertici 1 e 3.

# VERTICE 1

$$T_3^1 = 388 + 10\delta$$

$$T_5^1 = 583 + 10\delta$$

1) $Q_c \geq 15\delta + 57$
2) $Q_c \leq 40\delta + 95$
4) $Q_c \leq 30\delta + 85$
5) $Q_c \geq 30\delta + 75$



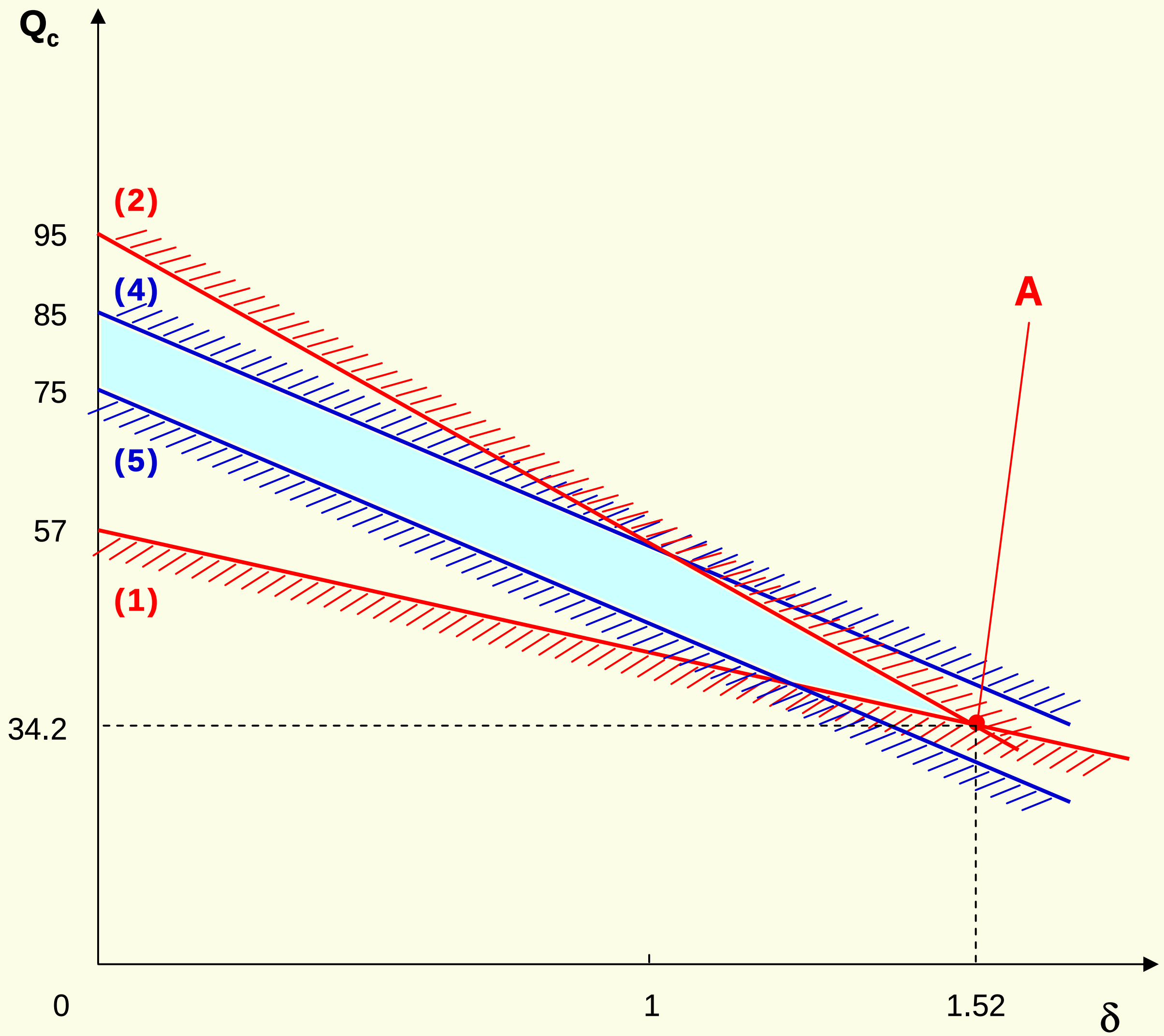

Le disequazioni più stringenti sono la (4) e la (5). Esse comunque non producono limitazioni su $\delta$ e quindi neppure su $Q_c$.

# VERTICE 3

$$T_3^3 = 388 - 10\delta$$

$$T_5^3 = 583 - 10\delta$$

1) $Q_c \geq -15\delta + 57$
2) $Q_c \leq -40\delta + 95$
4) $Q_c \leq -30\delta + 85$
5) $Q_c \geq -30\delta + 75$




Tutte e quattro le disequazioni contribuiscono a delimitare la zona di fattibilità che è chiusa. Le disequazioni (1) e (2) identificano il punto **A** per il quale si raggiunge il massimo $\delta = 38/25 = 1.52$, ad esso corrisponde $Q_c = 34.2$

# Esempio chiarificatore

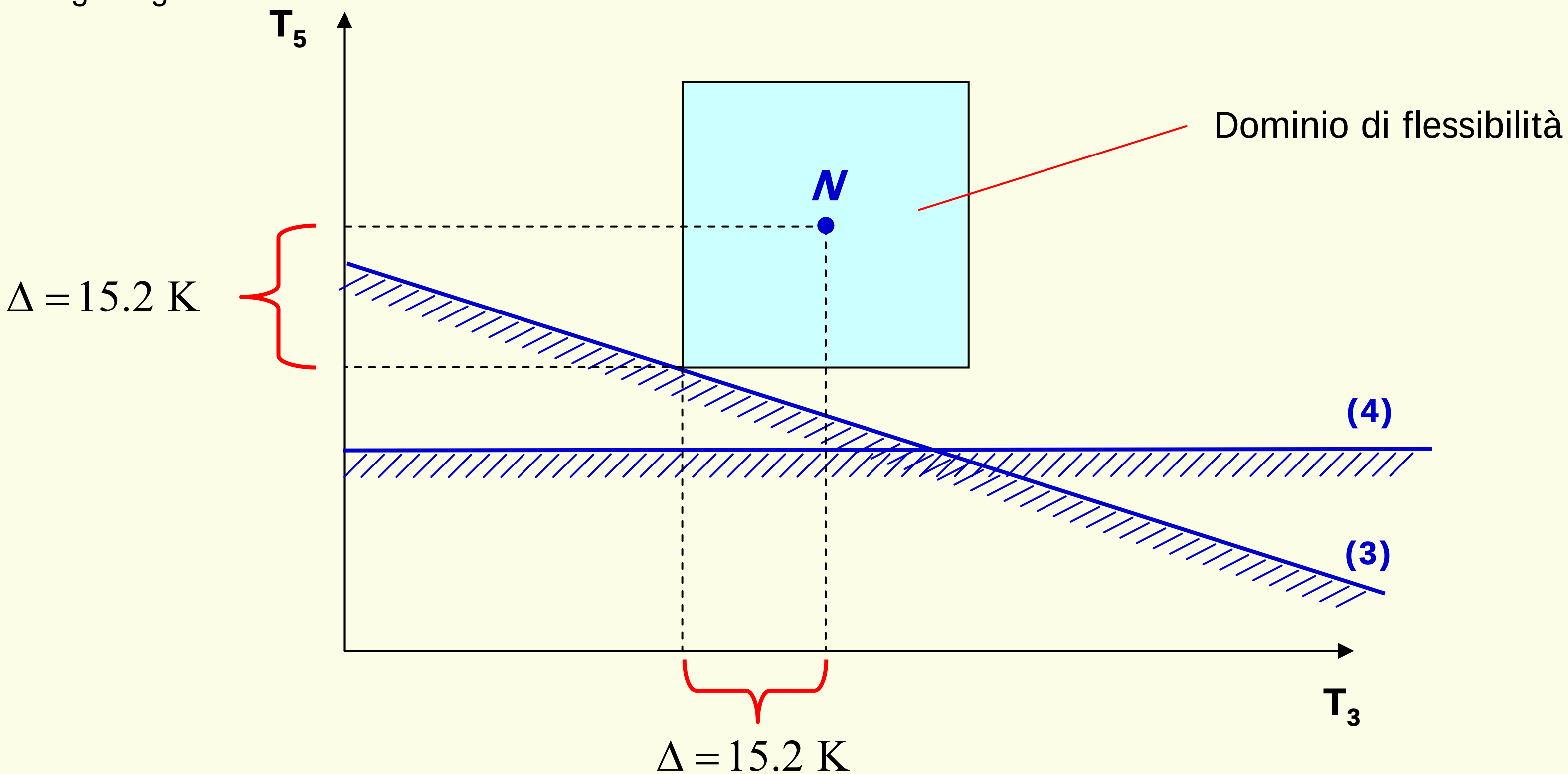
La soluzione al problema $\delta^k$ estesa ai quattro vertici, ha permesso di evidenziare che nel caso dei vertici 3 e 4 si hanno come vincoli attivi le rispettive coppie: $(f_1,f_2)$ e $(f_2,f_5)$.

Eguagliando i vincoli di tali coppie ed eliminando la variabile di controllo $Q_c$ si ottiene:

$$\text{Vertice 3} \quad -T_3 - 4T_5 + 2644 \le 0$$

$$\text{Vertice 4} \quad -T_5 + 563 \le 0$$

che identifica la regione di fattibilità tramite manipolazione della variabile di controllo $Q_c$ nel piano $T_3$—$T_5$.



# Formulazione matematica

Dopo avere analizzato un caso specifico, per iniziare a comprendere il significato di flessibilità di processo ci si addentra nella sua formulazione matematica.

Si ha a che fare con i seguenti vettori e parametri:

- $d$ = **variabili di progettazione**, corrispondenti alla struttura ed alle dimensioni delle apparecchiature di impianto
- $x$ = **variabili di stato** (es.: portate, temperature, pressioni, ...)
- $z$ = **variabili di controllo** che possono essere modificate durante la conduzione di impianto per mantenere il processo fattibile (portate, carichi termici, ...)
- $\theta$ = **parametri di incertezza** (correnti di ingresso, velocità di reazione, attività catalizzatore, fattori di sporcamento, ...)

- Le equazioni che descrivono i bilanci materiali ed entalpici sono: $h(d,x,z,\theta)=0$ con: $dim\{h\} = dim\{x\}$.
- Si hanno poi delle disequazioni che rappresentano i vincoli di fattibilità fisica del processo (vincoli fisici, specifiche): $g(d,x,z,\theta)\le 0$

Risulta comodo eliminare le variabili di stato $x$ come fatto nell'esempio chiarificatore esprimendo: $x = x(d,z,\theta)$ che porta a: $g(d,x(d,z,\theta),z,\theta) = f(d,z,\theta)\le 0$

# Formulazione matematica

La fattibilità operativa di un progetto $d$ che operi con valori assegnati dei parametri di incertezza $\theta$ viene determinata verificando se tramite opportuno aggiustamento delle variabili di controllo $z$ ogni disequazione: $f(d,z,\theta) \leq 0$ sia soddisfatta.

Nel seguito vengono presentati <u>due problemi distinti</u> per la formulazione del concetto di flessibilità di processo:

1. **TEST di Flessibilità**
2. **INDICE di Flessibilità**

# TEST di Flessibilità

È assegnata una condizione operativa nominale per i parametri di incertezza $\theta^N$ e le deviazioni attese: $\Delta\theta^-$ e $\Delta\theta^+$. Ogni parametro di incertezza assume quindi un generico valore compreso tra l'estremo inferiore: $\theta^L = \theta^N - \Delta\theta^-$ e superiore: $\theta^U = \theta^N + \Delta\theta^+$.

Il TEST di flessibilità (Halemane e Grossmann, 1983) per una certa configurazione di progettazione $d$ consiste nel determinare se per mezzo delle variabili di controllo $z$ le disequazioni $f(d,z,\theta) \le 0$ sono rispettate per <u>tutti</u> i $\theta$ con $\theta^L \le \theta \le \theta^U$.

1) Occorre dapprima considerare se per **un** valore assegnato di $\theta$ le variabili $z$ possono essere modificate per soddisfare le condizioni: $f_j \le 0$. Affinché ciò avvenga è sufficiente minimizzare la massima disequazione $f_j$:

$$\psi(d,\theta) = \underset{z}{Min} \underset{j \in J}{Max} \left\{ f_j(d,z,\theta) \right\}$$

$\psi(d, \theta)$ è definita: **funzione di fattibilità**. Se risulta $\psi(d, \theta) \le 0$ allora il progetto $d$ è fattibile nell'intervallo di variabilità di $\theta$.

2) Il problema precedente può essere riformulato come un problema di ottimizzazione introducendo la variabile scalare $u$:

$$\psi(d,\theta) = \underset{z,u}{Min}\ u$$

$$s.t. \quad f_j(d,z,\theta) \le u \quad j \in J$$

# TEST di Flessibilità

Il problema appena formulato può essere LP o NLP a seconda della natura delle disequazioni $f_j$.

3) Al fine di determinare se per **ogni** $\theta$ è possibile avere $\psi(d, \theta) \leq 0$ occorre vedere se il massimo valore di $\psi(d, \theta)$ è minore di zero in $\theta \in T$:

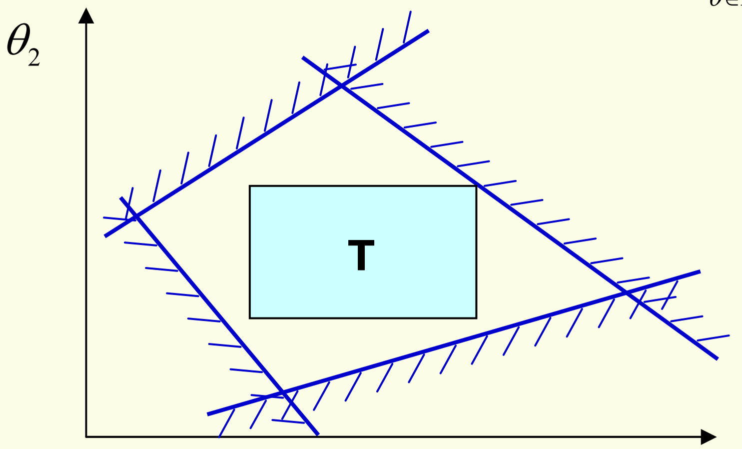
$$\chi(d) = \underset{\theta \in T}{Max}\, \psi(d, \theta)$$

$\chi(d)$ viene definita **FUNZIONE di FLESSIBILITÀ** relativa al progetto $d$.

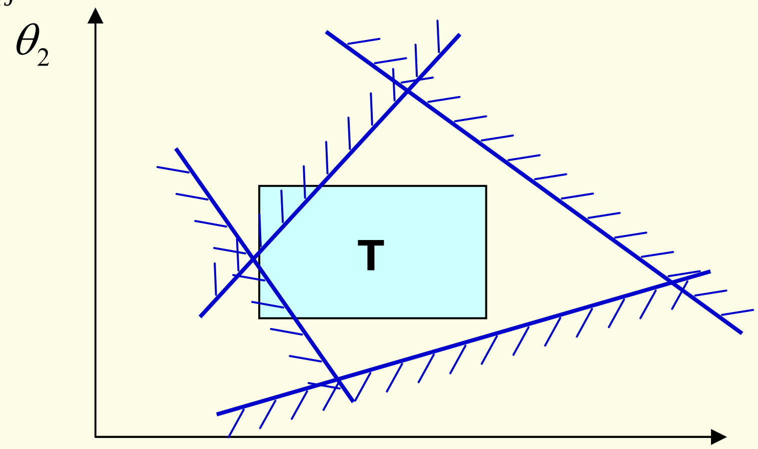
Se $\chi(d) \leq 0$ ciò vuole dire che per il progetto $d$ con $\theta \in T$ il processo è fattibile.

Riassumendo, il problema complessivo (di difficile soluzione) risulta essere:

$$\chi(d) = \underset{\theta \in T}{Max}\, \underset{z}{Min}\, \underset{j \in J}{Max}\, f_j(d, z, \theta)$$




**Progetto fattibile: $\chi(d) \leq 0$**




**Progetto non fattibile: $\chi(d) > 0$**

# INDICE di Flessibilità

Il test di flessibilità determina soltanto se un progetto ha la flessibilità per operare in un intervallo assegnato, $T$, dei parametri di incertezza.

È viceversa interessante sviluppare una metodologia volta alla misura quantitativa della flessibilità di un progetto specifico.

A tal fine si introduce un intervallo variabile $T(\delta)$ con $\delta$ scalare positivo:

$$T(\delta) = \left\{ \theta \mid \theta^N - \delta\Delta\theta^- \le \theta \le \theta^N + \delta\Delta\theta^+ \right\}$$

Si definisce quindi come **indice di flessibilità** $F$ il valore di $\delta$ più ampio che permette il rispetto delle disequazioni $f_j$ nell'intervallo variabile $T(\delta) = T(F)$.

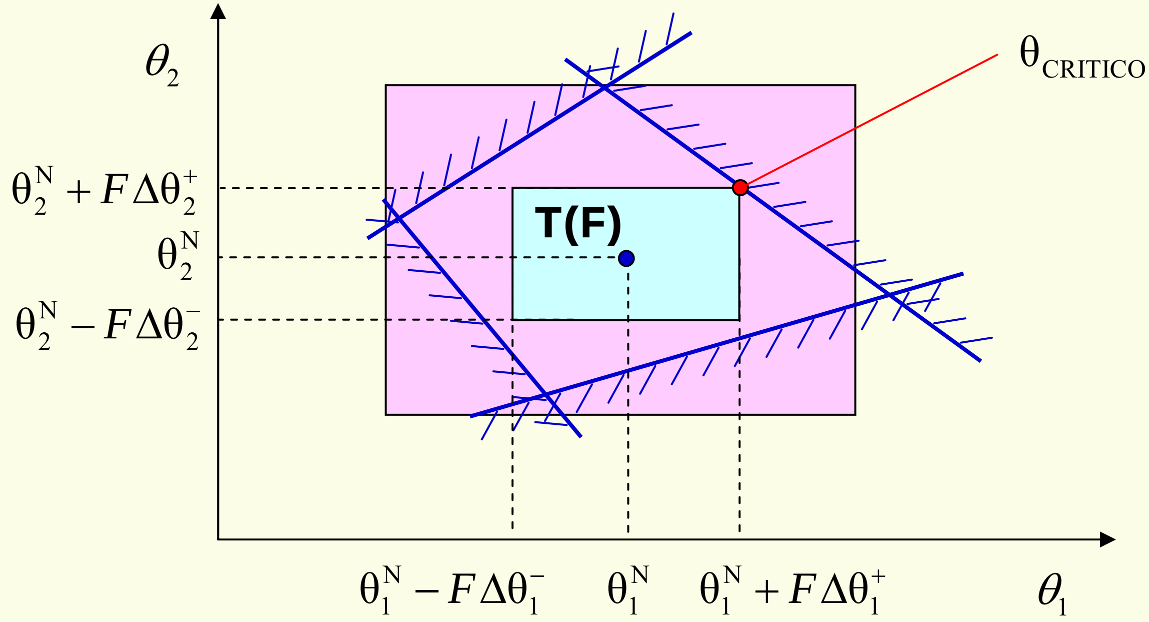
Come proposto da Swaney e Grossmann, 1985, la formulazione matematica risulta essere:

$$\begin{aligned}
&F = Max \quad \delta \\
&s.t. \quad \chi(d) = \underset{\theta \in T}{Max}\, \underset{z}{Min}\, \underset{j \in J}{Max}\, f_j(d, z, \theta) \\
&T(\delta) = \left\{ \theta \mid \theta^N - \delta\Delta\theta^- \le \theta \le \theta^N + \delta\Delta\theta^+ \right\}, \quad \delta \ge 0
\end{aligned}$$

# INDICE di Flessibilità

- Se $F = 1$ significa che il progetto $d$ considerato ha esattamente la flessibilità per soddisfare il range di incertezza $T$.
- Se $F < 1$ allora l'intervallo di variabilità $T(F)$ dei parametri di incertezza è inferiore a quello proposto $T$.
- Se $F > 1$ l'intervallo di variabilità $T(F)$ dei parametri di incertezza è maggiore di quello proposto $T$.

$\theta_{\mathrm{CRITICO}}$ è il valore di $\theta$ ottenuto dalla massimizzazione del problema di Swaney e Grossmann.



# Soluzione sui Vertici

**N.B.:** Nel caso i valori critici di $\theta$ siano in corrispondenza con gli estremi: $\theta^L$, $\theta^U$ ovvero appartengano ad un vertice del dominio di incertezza $T$, la soluzione dei due problemi relativi al TEST ed all'INDICE di flessibilità diviene molto più semplice.

## TEST di FLESSIBILITÀ

Indicando con $\theta^k,\ k \in V$ i vertici dell'insieme $T$, il problema $\chi(d) = \underset{\theta \in T}{Max}\, \psi(d,\theta)$ diviene:

$$\chi(d) = \underset{k \in V}{Max}\left\{\psi(d,\theta^k)\right\}$$

il problema di ottimo si è notevolmente semplificato in quanto, come descritto nell'esempio chiarificatore, la ricerca può essere condotta solo nei vertici del dominio $T$.

È quindi possibile applicare il seguente algoritmo risolutivo:

1) Per ogni vertice $\theta^k,\ k \in V$ risolvere il problema di ottimo:

$$\psi(d,\theta^k) = \underset{z,u}{Min}\ u$$
$$s.t.\ f_j(d,z,\theta^k) \le u \quad j \in J$$

2) Porre: $\chi(d) = \underset{k \in V}{Max}\left\{\psi(d,\theta^k)\right\}$

3) Se $\chi(d) \le 0$ allora il progetto $d$ può operare in modo fattibile nel dominio $T$.

# Soluzione sui Vertici

## INDICE di FLESSIBILITÀ

$$F = Max\, \delta$$
$$s.t. \quad \chi(d) = \underset{\theta \in T}{Max}\, \underset{z}{Min}\, \underset{j \in J}{Max}\, f_j(d, z, \theta)$$
$$T(\delta) = \left\{\theta \mid \theta^N - \delta\Delta\theta^- \le \theta \le \theta^N + \delta\Delta\theta^+\right\}, \quad \delta \ge 0$$

Occorre innanzitutto notare che per il problema:

si ha che $\chi(d) = 0$ per la soluzione ottimale.

Infatti il punto critico giace sempre su di un vincolo di disuguaglianza.

È quindi possibile applicare il seguente algoritmo risolutivo:

1) Al fine di individuare la massima deviazione $\delta^k$ nella direzione $\Delta\theta^k$ rispetto al punto nominale $\theta^N$ risolvere il seguente problema di ottimo:

$$\delta^k = \underset{z,\delta}{Max}\ \delta$$
$$s.t.\, f_j(d, z, \theta) \le 0 \quad j \in J$$
$$\theta = \theta^N + \delta\Delta\theta^k$$

2) Tra i vari domini n-rettangolari è chiaro che solo il più piccolo può essere inscritto nella regione di fattibilità racchiusa dai vincoli di disuguaglianza. Perciò si pone: $F = \underset{k \in V}{Min}\left\{\delta^k\right\}$

# Soluzione sui Vertici

## DOMANDA

- È sempre possibile applicare i due algoritmi di ricerca del dominio di flessibilità per il problema di TEST e di INDICE ?
- In altre parole, la soluzione critica $\theta_{CRITICO}$ coincide con uno dei vertici dell'insieme di incertezza ?

## RISPOSTA

- **NO !** Occorre infatti che siano rispettate alcune condizioni di convessità del problema di ottimizzazione. Nella fattispecie è necessario che i vincoli di disuguaglianza $f_j$ siano **LINEARI**.
- Comunque, in molti casi, dove la condizione di linearità NON è rispettata, $\theta_{CRITICO}$ coincide lo stesso con uno dei vertici dell'insieme di incertezza.
- Gli algoritmi appena presentati adottano un approccio esaustivo. Risolvono cioè il problema di ottimo nell'intero sottoinsieme dei vertici $V$ dell'insieme di incertezza. Vengono cioè risolti $NV$ problemi distinti. Tale sottoinsieme può contenere un numero elevatissimo di vertici $NV$, infatti: $NV = 2^{NP}$ avendo indicato con $NP$ il numero totale di parametri di incertezza. Se ad esempio ci sono 20 parametri di incertezza, il numero totale di vertici risulta essere: 1,048,576.

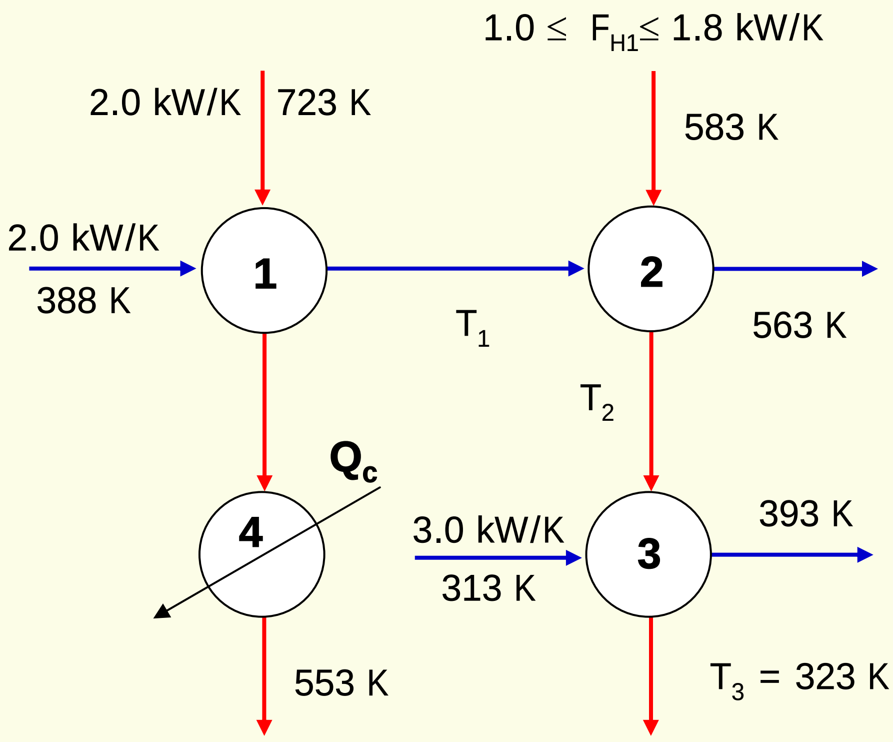
# Controesempio

Questo esempio, proposto da Saboo e Morari (1984), mostra come **non** sempre la soluzione del problema di ottimo, volto ad identificare la flessibilità del processo, giaccia in corrispondenza di un vertice dell'insieme di incertezza. Condizione necessaria perché ciò accada è che il problema sia **NON LINEARE**.

Si assume come parametro di incertezza della medesima rete di scambio termico, introdotta nell'esempio chiarificatore, la capacità termica $F_{H1}$. Si desidera sapere se la rete è fattibile per $1.0 \le F_{H1} \le 1.8$ kW/K.

Si hanno le seguenti disuguaglianze per la fattibilità dello scambio termico:

$$\begin{array}{ll} \text{FS2} & T_2 - T_1 \ge 0 \\ \text{FS3} & T_2 - 393 \ge 0 \\ \text{FS3} & T_3 - 313 \ge 0 \\ \text{SPEC} & T_3 \le 323 \end{array}$$



# Controesempio

Scrivendo i bilanci entalpici per ogni scambiatore è possibile sostituire le varie temperature di processo rispetto al carico termico $Q_c$, che è la variabile di controllo, ed alla capacità termica $F_{H1}$, che è il parametro di incertezza. Le quattro disequazioni risultanti sono:

$$
\begin{array}{ll}
f_1 & -25+10/F_{H1}+Q_c/F_{H1}-0.5Q_c \le 0 \\
f_2 & -190+10/F_{H1}+Q_c/F_{H1} \le 0 \\
f_3 & -270+250/F_{H1}+Q_c/F_{H1} \le 0 \\
f_4 & 260-250/F_{H1}-Q_c/F_{H1} \le 0
\end{array}
$$

Innanzitutto è possibile notare come il sistema, descrivente la rete di scambio termico in esame, sia **NON LINEARE** rispetto alle variabili $Q_c$ e $F_{H1}$.

Risolvendo il problema di ottimo collegato alla ricerca della flessibilità del processo:

$$\psi(d,\theta) = \underset{z,u}{Min}\ u$$

$$s.t.\ f_j(d,z,\theta) \le u \quad j \in J$$

Si ottiene:

Per $F_{H1}$ = 1.0 kW/K → $\psi^1(1.0) = -5$ e $Q_c$ = 15 kW

Per $F_{H1}$ = 1.8 kW/K → $\psi^2(1.8) = -5$ e $Q_c$ = 227 kW

Quindi dato che $\psi^1$ e $\psi^2$ sono negativi si sarebbe *erroneamente* condotti ad affermare che la rete di scambio termico è fattibile nell'intervallo operativo: $1.0 \le F_{H1} \le 1.8$ kW/K.

# Controesempio

Al contrario risolvendo il problema di ottimo in un punto intermedio dell'intervallo di incertezza di $F_{H1}$ si ottiene:

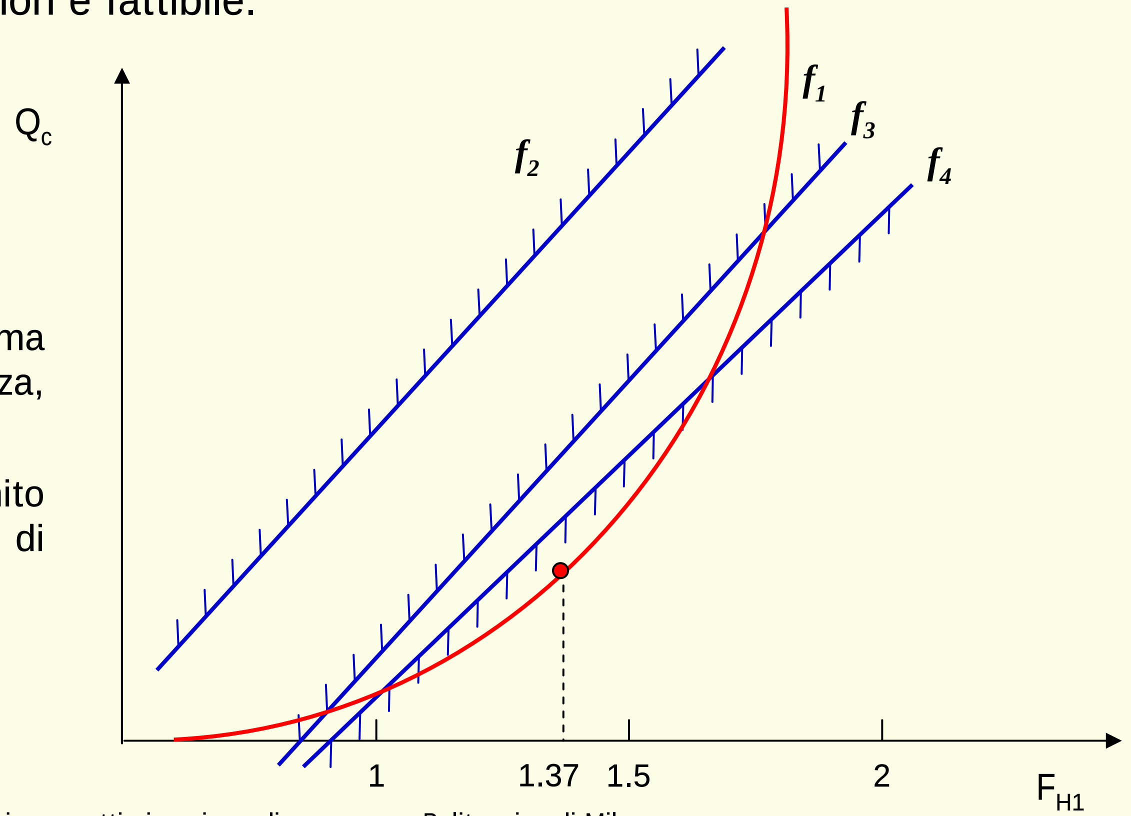
Per $F_{H1}$ = 1.2 kW/K → $\psi(1.2) = +2.85$ e $Q_c$ = 58.57 kW

In altre parole la rete di scambio termico è NON fattibile in un punto interno dell'intervallo di incertezza. Il motivo come più volte ripetuto è che il problema specifico è non lineare.

Diagrammando i vincoli è possibile osservare che esiste una regione non convessa per $1.118 \leq F_{H1} \leq 1.65$ dove la rete non è fattibile.

Per $F_{H1}$ = 1.37 si ha la massima violazione dei vincoli di disuguaglianza, con: $\psi(1.37) = +5.108$.

Il valore $F_{H1}$ = 1.37 può essere definito valore critico per tale parametro di incertezza.



# Bibliografia


- **Biegler, L. T., Grossmann, I. E., Westerberg, A. W., "Systematic Methods of Chemical Process Design", Prentice Hall PTR, Upper Saddle River, (1997)**
- Grossmann, I. E., Straub, D. A., *Recent developments in the evaluation and optimization of flexible chemical processes*, Proceedings of COPE-91, Barcelona, (1991)
- Halemane K. P., Grossmann, I. E., *Optimal process design under uncertainty*, AIChE J., **29**, 425, (1983)
- Pistikopoulos E. N., Grossmann, I. E., *Optimal retrofit design for improving process flexibility in nonlinear systems – Fixed degree of flexibility*, Comp. Chem. Eng., **13**, 1003, (1989)
- Pistikopoulos E. N., Mazzucchi, T. A., *A novel flexibility analysis approach for processes with stochastic parameters*, Comp. Chem. Eng., **14**, 991, (1990)
- Saboo, A. K., Morari, M., *Design of resilient processing plants. IV. Some new results on heat exchanger network synthesis*, Chem. Eng. Sci., **39**, 579, (1984)
- Straub, D. A., Grossmann, I. E., *Design optimization of stochastic flexibility*, Comp. Chem. Eng., **17**, 339, (1993)
- Swaney, R. E., Grossmann, I. E., *An index for operational flexibility in chemical processes design. Part 1 – Formulation and theory*, AIChE J., **31**, 621, (1985a)
- Swaney, R. E., Grossmann, I. E., *An index for operational flexibility in chemical processes design. Part 2 – Computational algorithms*, AIChE J., **31**, 631, (1985b)