

SE2

Prof. Davide Manca – Politecnico di Milano

Dinamica e Controllo dei Processi Chimici

Esercitazione #2

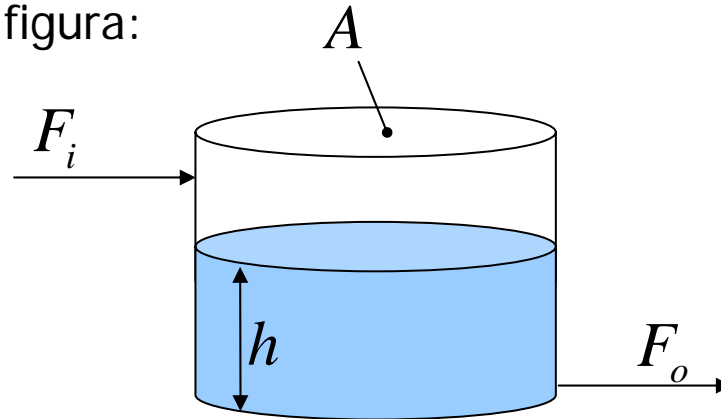
Dinamica di sistemi

ing. Sara Brambilla



E1 - Dinamica di un serbatoio

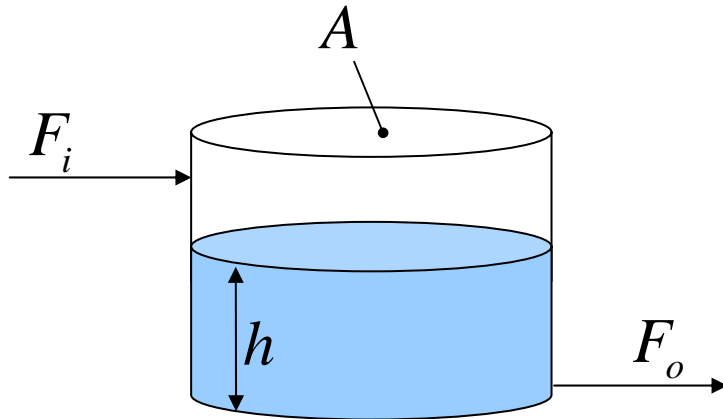
Sia dato il serbatoio in figura:



1. Si valuti la dinamica dell'altezza del serbatoio considerando uno step a gradino sulla portata in ingresso, tale da ridurla a metà del suo valore iniziale.
2. Si valuti la dinamica dell'altezza del serbatoio considerando una diminuzione lineare della portata in ingresso che avvenga in 30 secondi (rampa) fino a metà del suo valore iniziale.

N.B.: Il serbatoio si trova in condizioni stazionarie prima che avvenga il disturbo

Modello del sistema



$$A \frac{dh}{dt} = F_i - \frac{h}{r}$$

Dati:

$$A = 30 \text{ m}^2$$

$$F_i = 7.5 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$r = 0.4 \text{ s}/\text{m}^2$$

C.I.: $h(0) = h^{(s)}$

Procedura risolutiva punto (1)

1. Determinazione delle condizioni di regime stazionario:

$$A \frac{dh}{dt} = 0 = F_i - \frac{h}{r} \quad \Rightarrow \quad h^{(s)} = r \cdot F_i = 3 \text{ m}$$

2. Imposizione della variazione a gradino della portata in ingresso:

$$F_i^{(new)} = F_i^{(old)} / 2 = 3.75 \text{ m}^3/\text{s}$$

3. Valutazione della dinamica del sistema integrando l'equazione differenziale del modello. Lo stato stazionario rappresenta le condizioni iniziali.

Implementazione in MATLAB

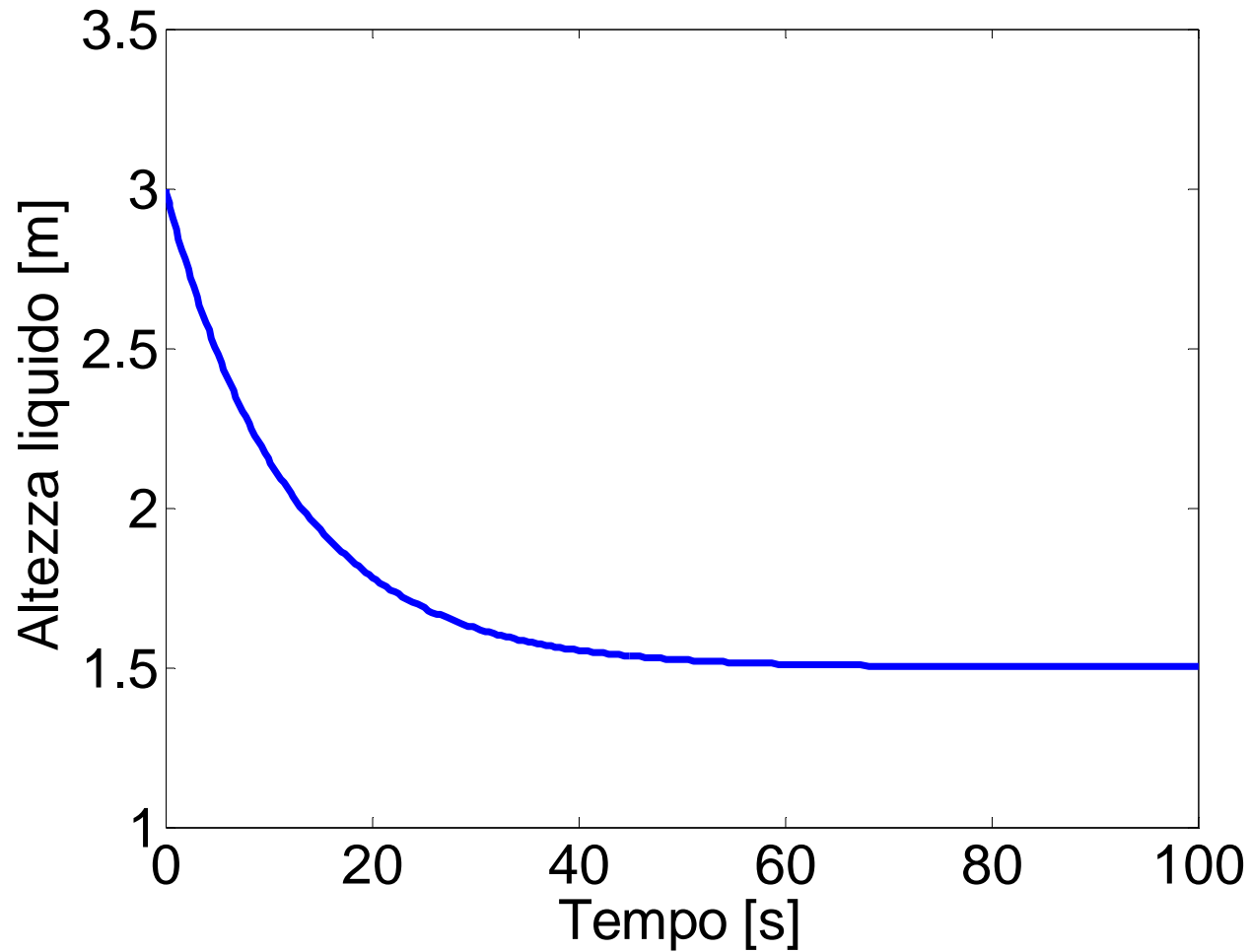
Main

```
h0 = r * Fi0;  
Fi = Fi0/2;  
[t,h] = ode45(@(t,y)Sisdif(t,y,A,Fi,r),tSpan,h0,options);
```

Sisdif

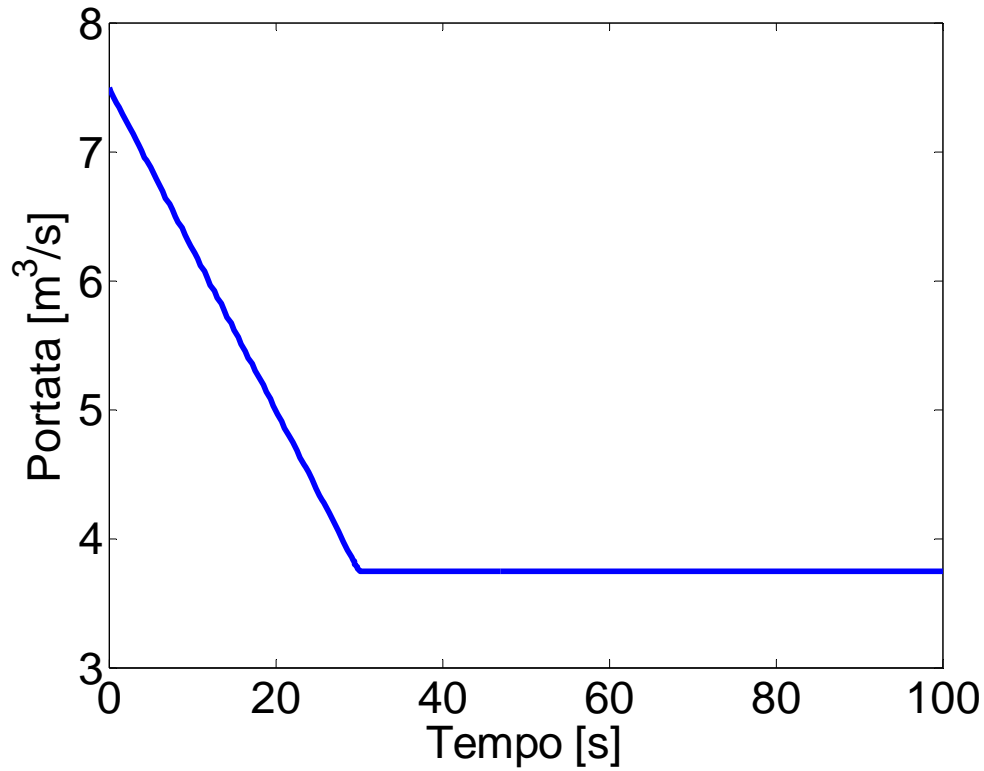
```
function dy = Sisdif(t,y,A,Fi,r)  
  
dy(1) = (Fi - h/r)/A
```

Dinamica in caso di disturbo a gradino



Procedura risolutiva punto (2)

1. Valutazione della dinamica del sistema integrando l'equazione differenziale del modello. La portata in ingresso dipende dal tempo:



Se $t < 30$ s

$$\rightarrow F_i = F_i^{(0)} - \frac{F_i^{(0)}/2}{30} t$$

Altrimenti

$$\rightarrow F_i = F_i^{(0)}/2$$

Implementazione in MATLAB

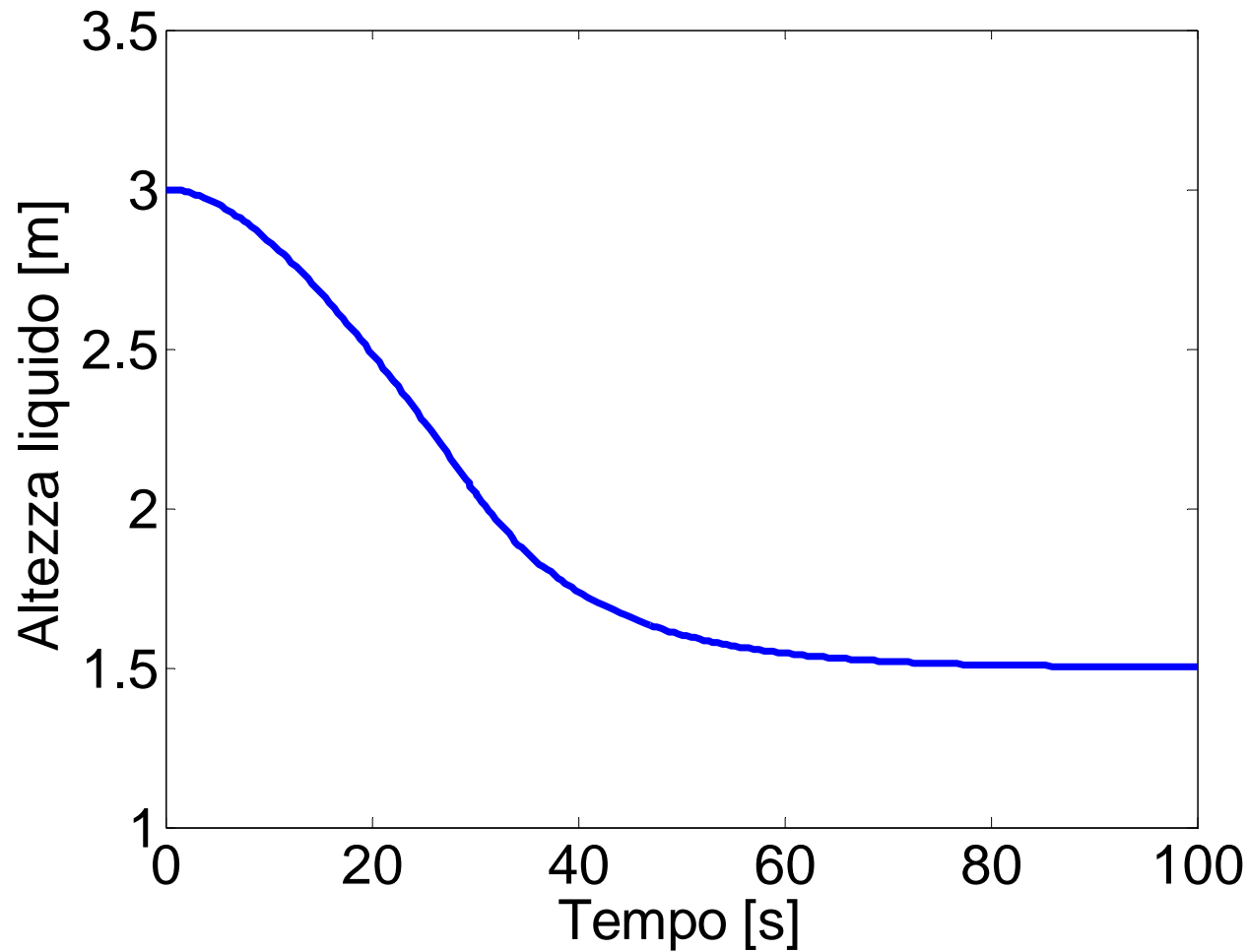
Main

```
h0 = r * Fi0;  
[t,h] = ode45(@(t,y)Sisdif(t,y,A,Fi0,r),tSpan,h0,options);
```

Sisdif

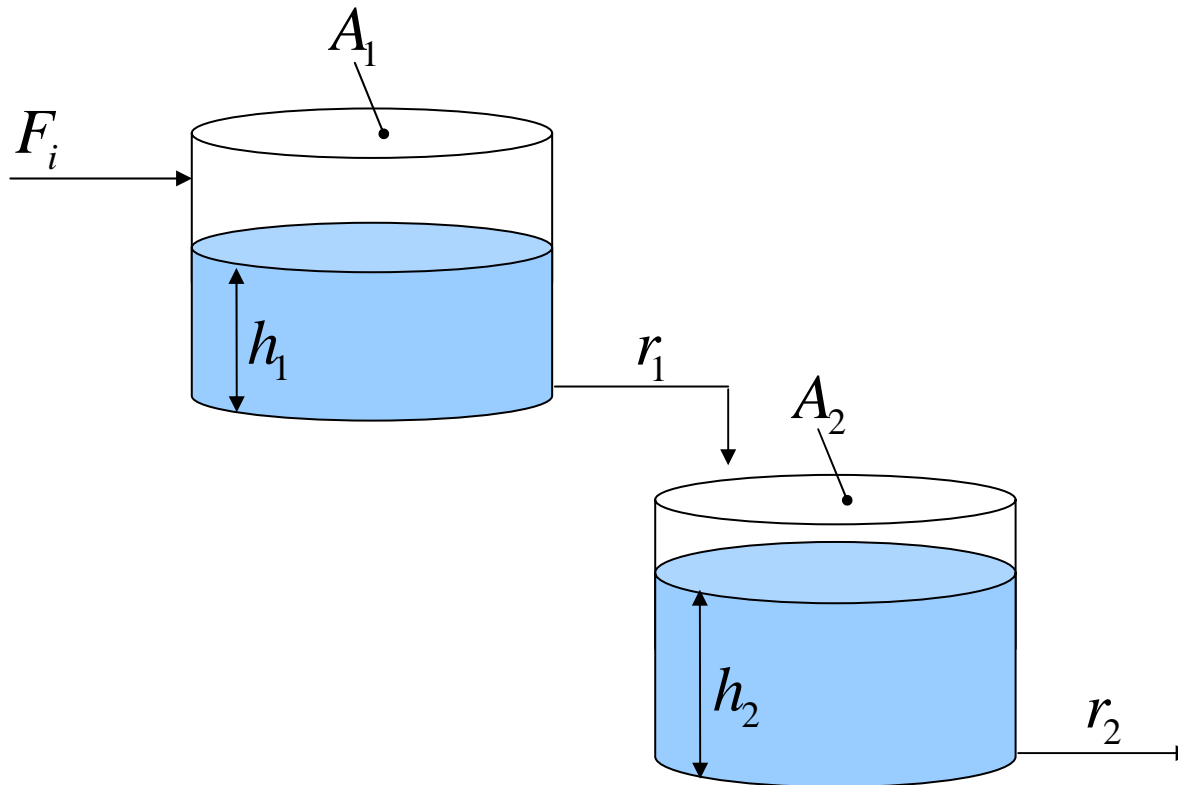
```
function dy = Sisdif(t,y,A,Fi0,r)  
    h = y(1);  
    if(t < 30)  
        Fi = Fi0 - (Fi0/2)/30 * t;  
    else  
        Fi = Fi0/2;  
    end  
    dy(1) = (Fi - h/r)/A
```


Dinamica in caso di disturbo a rampa



E2a - Dinamica di due serbatoi non interagenti

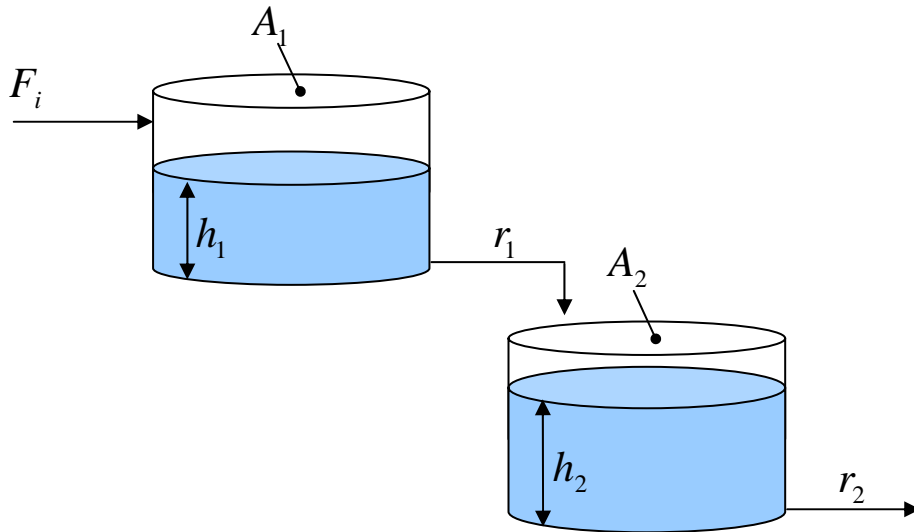
Sono dati i due serbatoi in figura:



Valutare la dinamica delle altezze dei due serbatoi quando si dia uno disturbo a gradino sulla portata in ingresso, tale da dimezzare il suo valore iniziale.

NB: I serbatoi si trovano in condizioni stazionarie prima che avvenga il disturbo

Modello del sistema



$$\begin{cases} A_1 \frac{dh_1}{dt} = F_i - \frac{h_1}{r_1} \\ A_2 \frac{dh_2}{dt} = \frac{h_1}{r_1} - \frac{h_2}{r_2} \end{cases}$$

Dati: $F_i = 9.4 \text{ m}^3/\text{s}$

Serbatoio 1:

$$A_1 = 30 \text{ m}^2$$

$$r_1 = 1.2 \text{ s/m}^2$$

Serbatoio 2:

$$A_2 = 50 \text{ m}^2$$

$$r_2 = 0.7 \text{ s/m}^2$$

C.I.: Condizioni stazionarie



Procedura risolutiva

1. Determinazione delle condizioni di regime stazionario

$$\left\{ \begin{array}{l} A_1 \frac{dh_1}{dt} = 0 = F_i - \frac{h_1}{r_1} \\ A_2 \frac{dh_2}{dt} = 0 = \frac{h_1}{r_1} - \frac{h_2}{r_2} \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} h_1^{(s)} = r_1 F_i = 11.28 \text{ m} \\ h_2^{(s)} = r_2 F_i = 6.58 \text{ m} \end{array} \right.$$

2. Imposizione della variazione a gradino della portata in ingresso

$$F_i^{(new)} = F_i^{(old)} / 2 = 4.7 \text{ m}^3/\text{s}$$

3. Valutazione della dinamica del sistema integrando le equazioni differenziali del modello. Lo stato stazionario rappresenta le condizioni iniziali

Implementazione in MATLAB

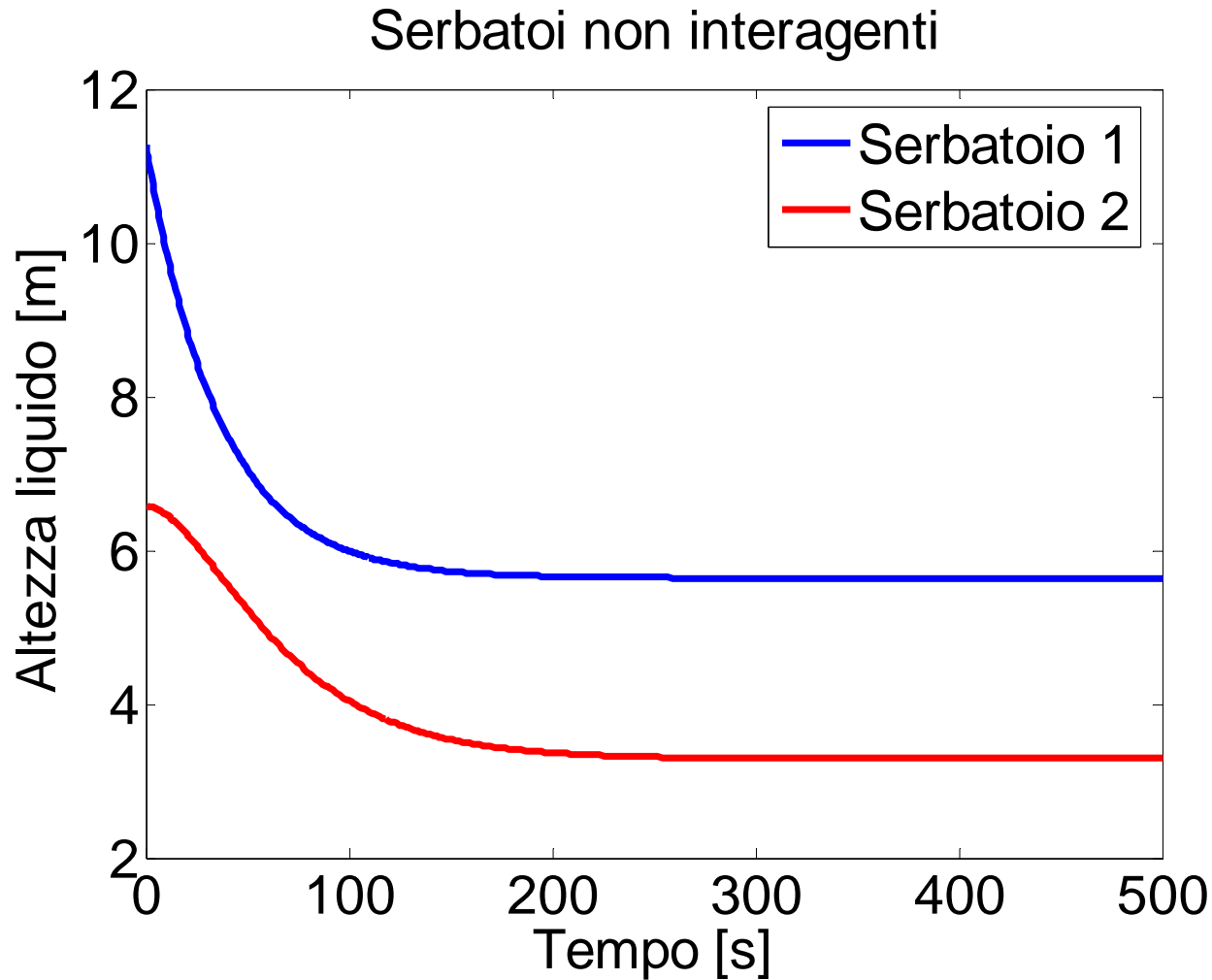
Main

```
h0 = [r1*Fi0 r2*Fi0];  
Fi = Fi0/2;  
[t,h] = ...  
ode45(@(t,y)Sisdif(t,y,A1,A2,r1,r2,Fi),tSpan,h0,options);
```

Sisdif

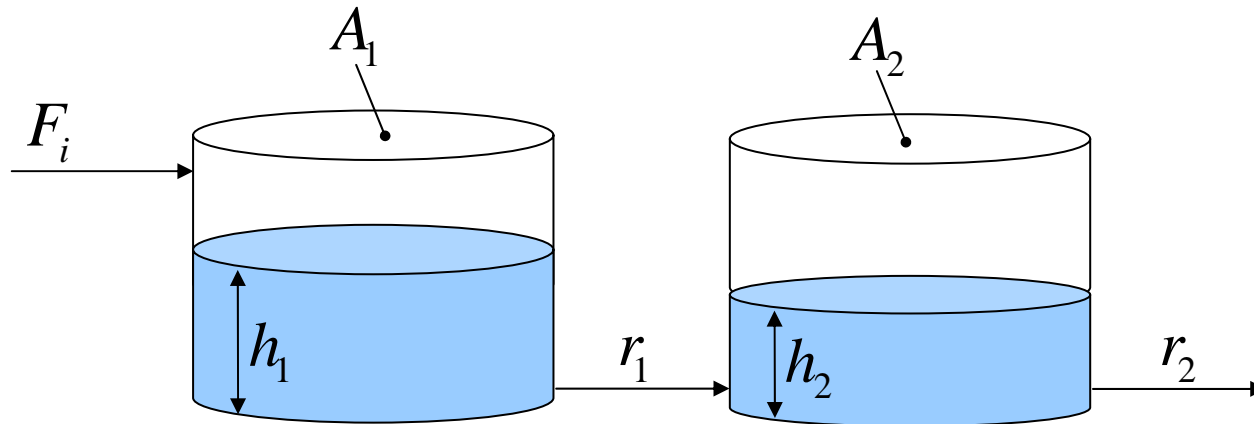
```
function dy = Sisdif(t,y,A1,A2,r1,r2,Fi)  
    dy = zeros(2,1);  
    h1 = y(1);  
    h2 = y(2);  
    dy(1) = (Fi - h1/r1)/A1;  
    dy(2) = (h1/r1-h2/r2)/A2;
```

Dinamica di serbatoi non interagenti



E2b - Dinamica di due serbatoi interagenti

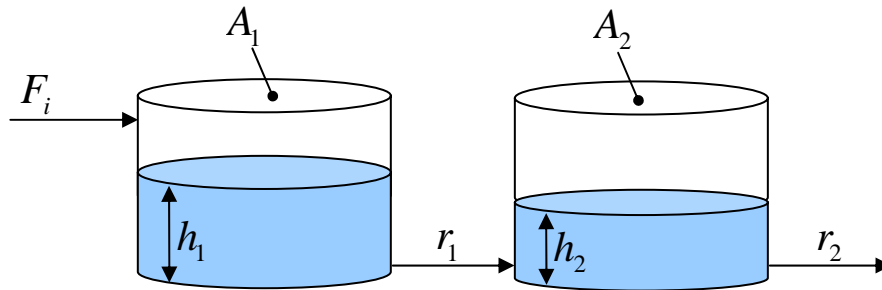
Sono dati i due serbatoi in figura:



Valutare la dinamica delle altezze dei due serbatoi quando si dia uno disturbo a gradino sulla portata in ingresso, tale da dimezzare il suo valore iniziale.

NB: I serbatoi si trovano in condizioni stazionarie prima che avvenga il disturbo

Modello del sistema



$$\begin{cases} A_1 \frac{dh_1}{dt} = F_i - \frac{h_1 - h_2}{r_1} \\ A_2 \frac{dh_2}{dt} = \frac{h_1 - h_2}{r_1} - \frac{h_2}{r_2} \end{cases}$$

Dati: $F_i = 9.4 \text{ m}^3/\text{s}$

Serbatoio 1:

$$A_1 = 30 \text{ m}^2$$

$$r_1 = 1.2 \text{ s/m}^2$$

Serbatoio 2:

$$A_2 = 50 \text{ m}^2$$

$$r_2 = 0.7 \text{ s/m}^2$$

C.I.: Condizioni stazionarie

Procedura risolutiva

1. Determinazione delle condizioni di regime stazionario

$$\begin{cases} A_1 \frac{dh_1}{dt} = 0 = F_i - \frac{h_1 - h_2}{r_1} \\ A_2 \frac{dh_2}{dt} = 0 = \frac{h_1 - h_2}{r_1} - \frac{h_2}{r_2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} h_1^{(s)} = (r_1 + r_2) F_i = 17.86 \text{ m} \\ h_2^{(s)} = r_2 F_i = 6.58 \text{ m} \end{cases}$$

2. Imposizione della variazione a gradino della portata in ingresso

$$F_i^{(new)} = F_i^{(old)} / 2 = 4.7 \text{ m}^3/\text{s}$$

3. Valutazione della dinamica del sistema integrando le equazioni differenziale del modello. Lo stato stazionario rappresenta le condizioni iniziali

Implementazione in MATLAB

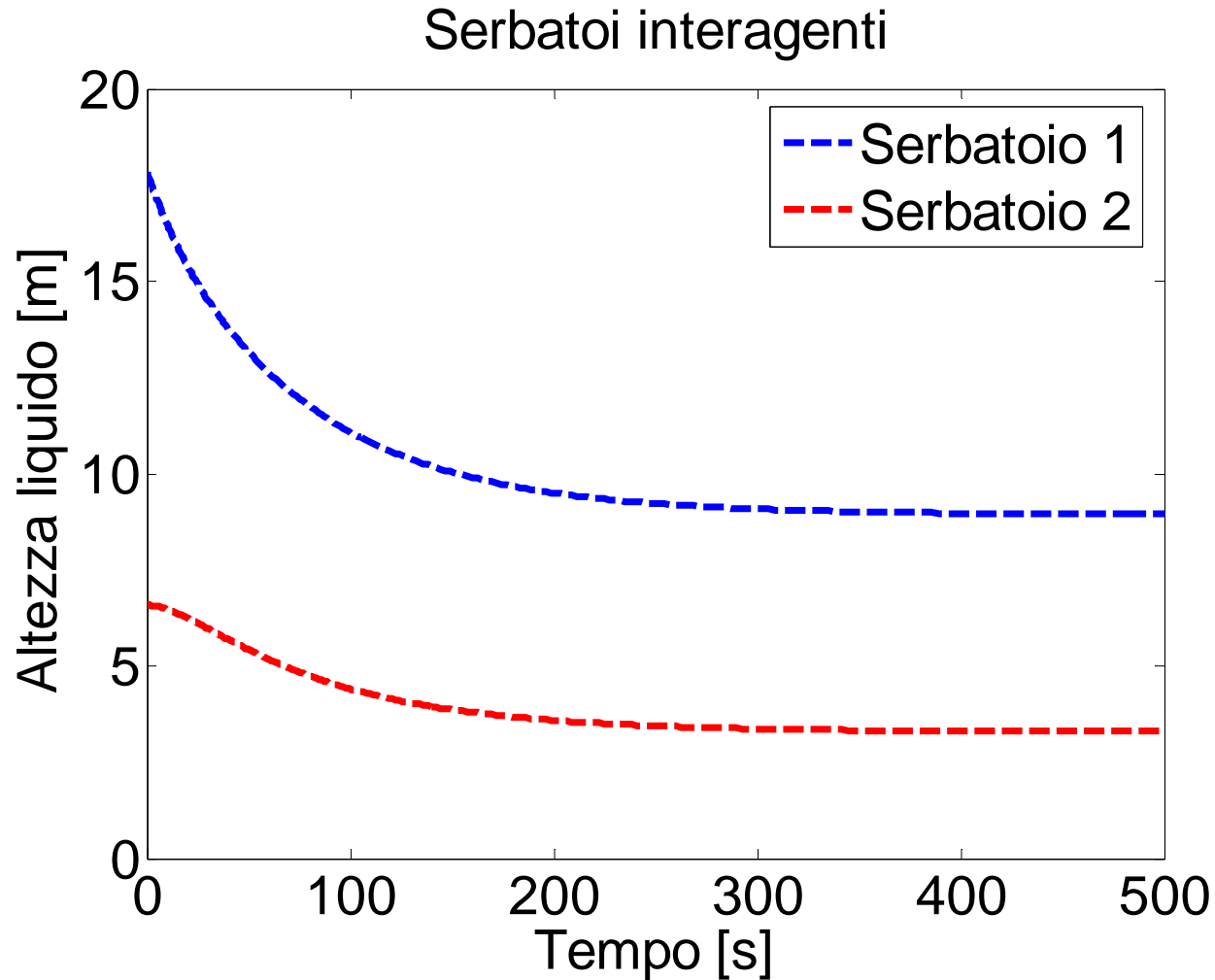
Main

```
h0 = [(r1+r2)*Fi0 r2*Fi0];  
Fi = Fi0/2;  
[t,h] =  
    ode45(@(t,y)Sisdif(t,y,A1,A2,r1,r2,Fi),tSpan,h0,options);
```

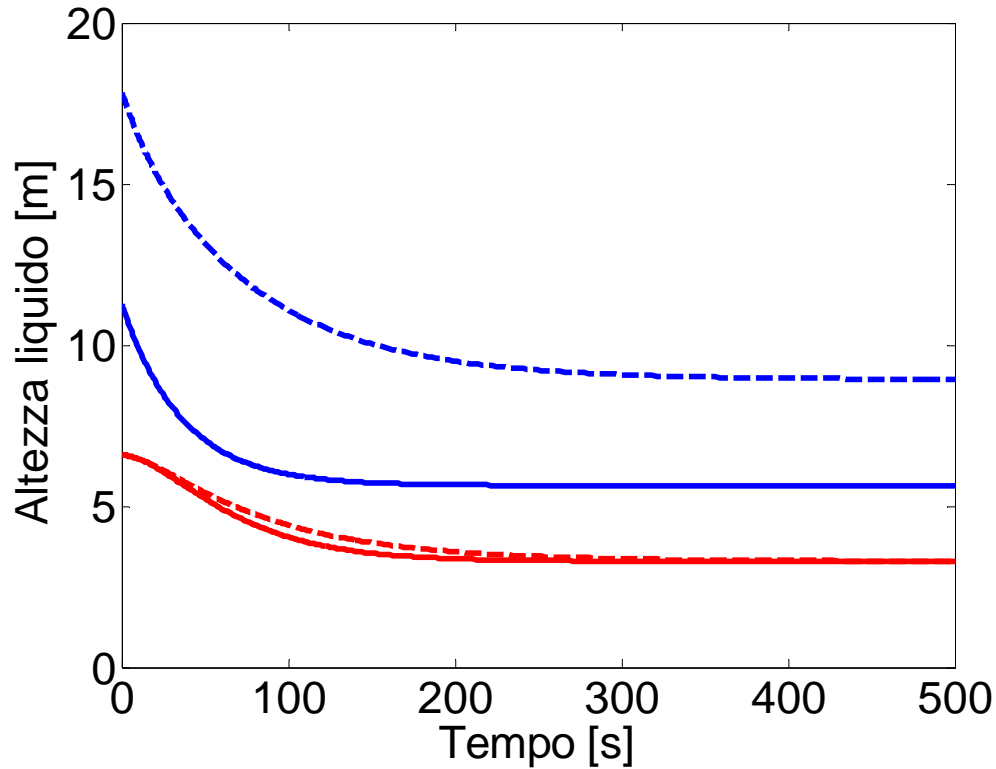
Sisdif

```
function dy = Sisdif(t,y,A1,A2,r1,r2,Fi)  
    dy = zeros(2,1);  
    h1 = y(1);  
    h2 = y(2);  
    dy(1) = (Fi - (h1-h2)/r1)/A1;  
    dy(2) = ((h1-h2)/r1-h2/r2)/A2;
```

Dinamica di serbatoi interagenti



Confronto



- Serbatoio 1 caso serbatoi non interagenti
- - Serbatoio 1 caso serbatoi interagenti
- Serbatoio 2 caso serbatoi non interagenti
- - Serbatoio 2 caso serbatoi interagenti