

E4

Fondamenti di Dinamica di Processo



Il Modello Matematico

Per comprendere e studiare il comportamento di un sistema fisico:

- Approccio sperimentale
 - Laboratorio
 - Strumentazione
 - Tempistiche
 - Black-box
- Approccio matematico
 - Assenza di impianto/strumentazione
 - Equazioni
 - Metodi numerici
 - White-box

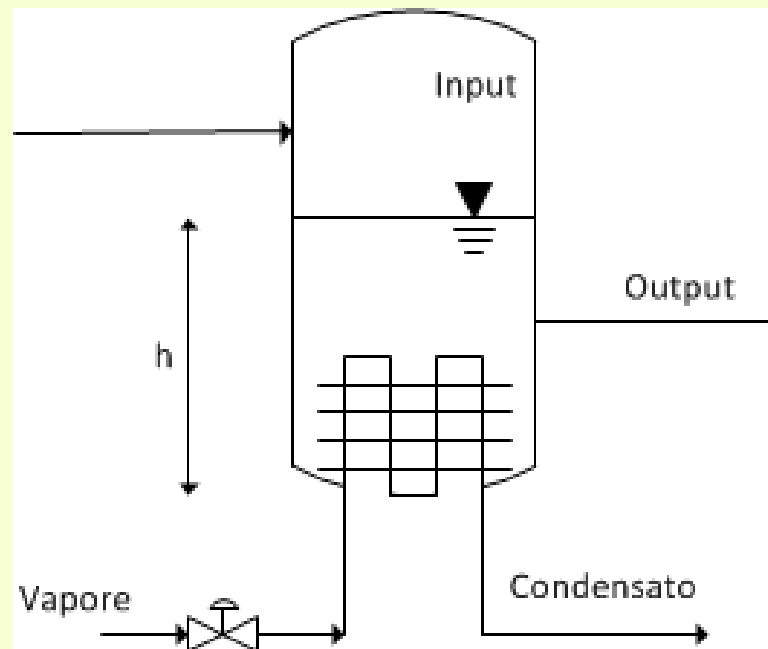


Il Ruolo del Modello nel Controllo di Processo

Se si vuole controllare un processo, perché è necessario sviluppare un modello?

- L'impianto potrebbe non esistere (fase di design)
- L'impianto esiste, ma non conviene fare sperimentazioni

Esempio:

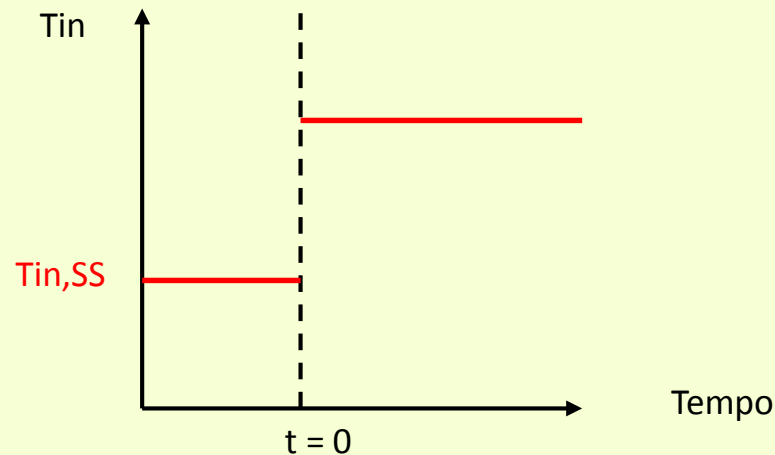


Modello Matematico

- Bilancio totale di massa del serbatoio: $m c_P \frac{dT}{dt} = V \rho c_P \frac{dT}{dt} = F_{in} \rho c_P (T_{in} - T_{out}) + Q$
- Se il serbatoio opera in condizioni stazionarie:

$$m c_P \frac{dT}{dt} = V \rho c_P \frac{dT}{dt} = F_{in} \rho c_P (T_{in} - T_{out}) + Q = 0 \quad \Rightarrow \quad F_{in} \rho c_P (T_{in} - T_{out}) + Q = 0$$

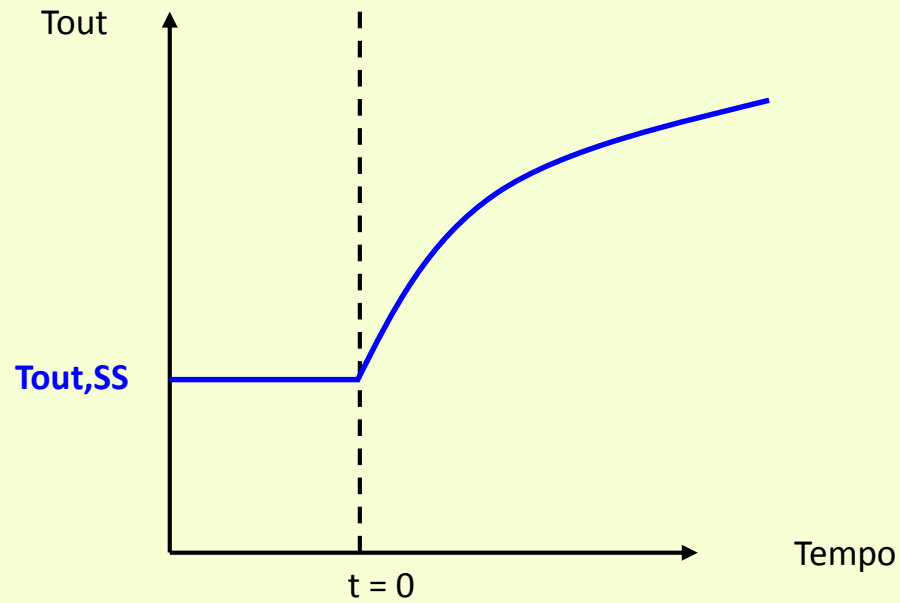
- Ma se le condizioni variano nel tempo (disturbi, cambi di produzione...):



è necessario caratterizzare il comportamento dinamico del sistema.

Modello Matematico

Risultato:



Principio di Conservazione

Per caratterizzare un processo chimico, o comunque un qualsiasi fenomeno fisico, sono necessari:

- una serie di variabili opportunamente scelte in modo da monitorare il comportamento del processo (o dei fenomeni coinvolti)
- una serie di equazioni che mettano in relazione tra loro queste variabili

Principio di Conservazione:

$$\frac{\left[\begin{array}{l} \text{accumulo di } S \\ \text{in un sistema} \end{array} \right]}{\text{tempo}} = \frac{\left[\begin{array}{l} \text{portata di } S \\ \text{nel sistema} \end{array} \right]_{in}}{\text{tempo}} - \frac{\left[\begin{array}{l} \text{portata di } S \\ \text{nel sistema} \end{array} \right]_{out}}{\text{tempo}} + \frac{\left[\begin{array}{l} \text{quantità di } S \\ \text{prodotta nel sistema} \end{array} \right]}{\text{tempo}} - \frac{\left[\begin{array}{l} \text{quantità di } S \\ \text{consumata nel sistema} \end{array} \right]}{\text{tempo}}$$

dove S può essere la massa totale, la massa del singolo componente, l'energia totale o la quantità di moto.

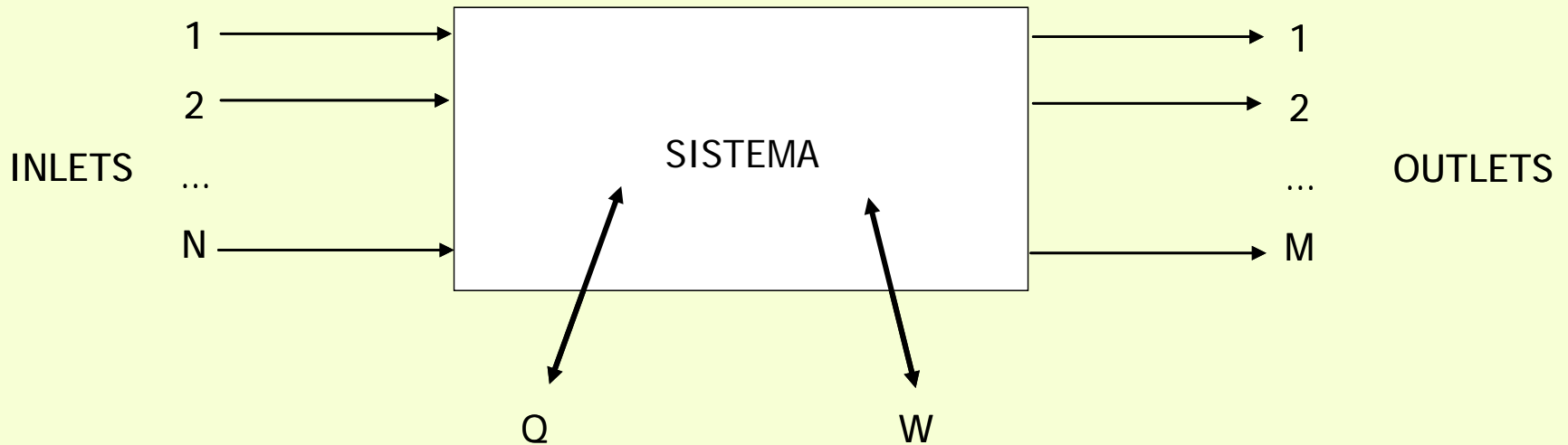


Remark

Nei processi chimico-fisici che verranno analizzati durante il corso, vige il principio di conservazione della massa totale e dell'energia totale



Equazioni di Bilancio



Con:

ρ = densità della materia nel sistema

ρ_i = densità del componente i nel sistema

V = Volume totale del sistema

F_i = Portata volumetrica del componente i

n_A = Numero di moli del componente A

c_A = Concentrazione del componente A

$c_{A,i}$ = Concentrazione del componente A nella corrente i

r_A = velocità di reazione volumetrica per il componente A nel sistema

h_i = entalpia specifica della corrente i nel sistema

U, K, P = energia interna, cinetica e potenziale all'interno del sistema

Q = quantità di energia scambiata dal sistema con l'ambiente circostante per unità di tempo

W = Lavoro scambiato dal sistema con l'ambiente circostante per unità di tempo



Equazioni di Bilancio

Bilancio globale di massa:

$$\frac{d m}{d t} = \frac{d(\rho V)}{d t} = \sum_{i=1}^{n^{\circ} \text{inlet}} \rho_i F_i - \sum_{j=1}^{n^{\circ} \text{outlet}} \rho_j F_j$$

Bilancio massico sul singolo componente:

$$\frac{d n_A}{d t} = \frac{d(c_A V)}{d t} = \sum_{i=1}^{n^{\circ} \text{inlet}} c_{A,i} F_i - \sum_{j=1}^{n^{\circ} \text{outlet}} c_{A,j} F_j \pm r_A \cdot V$$

Bilancio globale di energia:

$$\frac{d E}{d t} = \frac{d(U + K + P)}{d t} \approx \sum_{i=1}^{n^{\circ} \text{inlet}} \rho_i F_i h_i - \sum_{j=1}^{n^{\circ} \text{outlet}} \rho_j F_j h_j \pm Q \pm W$$



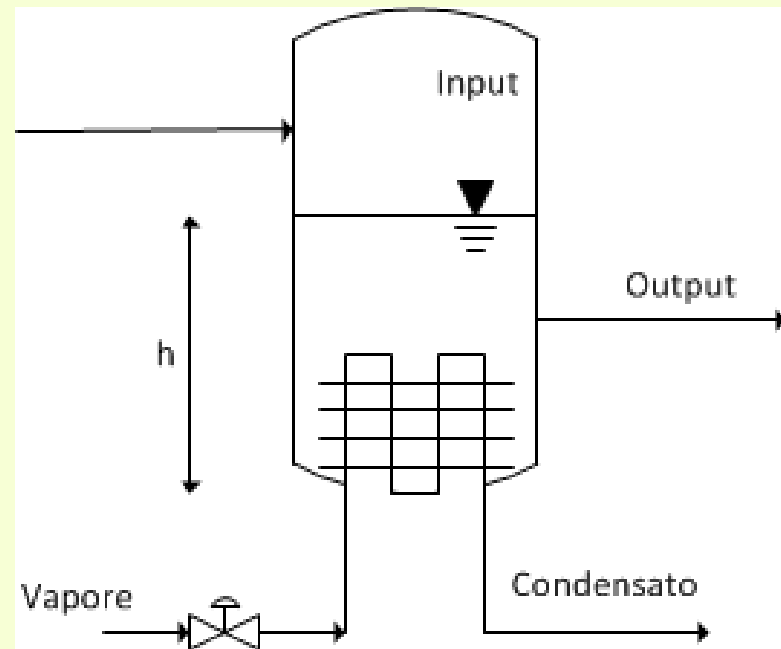
Esercizio - Serbatoio

Caratterizzare il seguente serbatoio riscaldato da serpentino con vapore:

Bilancio di massa globale

Bilancio di energia

(Bilancio di quantità di moto)



Esercizio - Serbatoio

Massa Totale: ρAh

Energia totale: $E = U + K + P$

$$\frac{dK}{dt} = 0 \quad \frac{dP}{dt} = 0 \quad \frac{dE}{dt} = \frac{dU}{dt} \approx \frac{dH}{dt}$$

Equazioni: $A \frac{dh}{dt} = F_i - F$ $Ah \frac{dT}{dt} = F_i (T_i - T) + \frac{Q}{\rho c_p}$

Variabili: h, T

Output: h, T

Disturbi: T_i, F_i

Manipolate: Q, F (controllo feedback)

F_i (controllo feed-forward)

Parametri: A, ρ, c_p

