

SE1

Prof. Davide Manca – Politecnico di Milano

Dinamica e Controllo dei Processi Chimici

Soluzione Esercitazione #1

Dinamica di sistemi

ing. Sara Brambilla



E1 - Dinamica di un sistema biologico

Un processo biologico condotto in un reattore batch è caratterizzato dalla crescita della biomassa (B) a scapito del substrato (S). I bilanci per le due specie sono:

$$\begin{cases} \frac{dB}{dt} = \frac{k_1 BS}{k_2 + S} \\ \frac{dS}{dt} = -k_3 \frac{k_1 BS}{k_2 + S} \end{cases}$$

Con: $k_1 = 0.5 \text{ h}^{-1}$ $k_2 = 10^{-7} \text{ kmol/m}^3$ $k_3 = 0.6$

Condizioni iniziali:

$$\begin{cases} B(0) = 0.03 \text{ kmol/m}^3 \\ S(0) = 4.5 \text{ kmol/m}^3 \end{cases}$$

E1 - Scopo

1. Determinare l'evoluzione di substrato e biomassa integrando con MATLAB del sistema differenziale
2. Confrontare la dinamica ottenuta al punto (1) con quella che si ottiene impostando per l'integratore le seguenti tolleranze:
 - tolleranza relativa: 10^{-8}
 - tolleranza assoluta: 10^{-12}



Integrazione di ODE in MATLAB

- Per integrare il sistema differenziale si possono utilizzare le funzioni implementate in MATLAB. Si può scegliere tra:
 - **ode15s**: per l'integrazione di sistemi stiff
 - **ode45**: per l'integrazione di sistemi non stiff
- Il sistema assegnato non è stiff. Si può quindi utilizzare il metodo ode45:

```
[t,y] = ode45(@(t,y)myFun(t,y,params),tSpan,y0,options)
```

Integrazione di ODE in MATLAB

- Dove:
 - t = tempo
 - y = matrice delle variabili dipendenti (ogni colonna rappresenta una variabile)
 - `myFun` = nome della funzione nella quale si scrive il sistema differenziale da integrare
 - `tSpan` = tempo su cui integrare [`tMin` `tMax`]
 - `y0` = vettore delle condizioni iniziali, es. [`B0` `S0`]
 - `params` = elenco di parametri necessari per la risoluzione del sistema differenziale (es. k_1, k_2, k_3)
 - `options` = opzioni per l'integratore
`options = odeset('RelTol',1E-8,'AbsTol',1E-12)`



Implementazione in MATLAB

Main

```
k1 = 0.5;           % [h-1]
k2 = 1E-7;         % [kmol]
k3 = 0.6;         % [-]
tSpan = [0 15];   % [h]
y0 = [0.03 4.5];  % [kmol] y0(1) = B; y0(2) = S
options = odeset('RelTol',1E-8,'AbsTol',1E-12);
[t,y] = ode45(@(t,y)Sisdif(t,y,k1,k2,k3),tSpan,y0,options);
B = y(:,1);
S = y(:,2);
```

Implementazione in MATLAB

Sisdif

```
function dy = Sisdif(t,y,k1,k2,k3)

    dy = zeros(2,1); % vettore colonna

    B = y(1);

    S = y(2);

    dy(1) = k1*B*S / (S + k2);

    dy(2) = - k3 * dy(1);
```

Implementazione in MATLAB

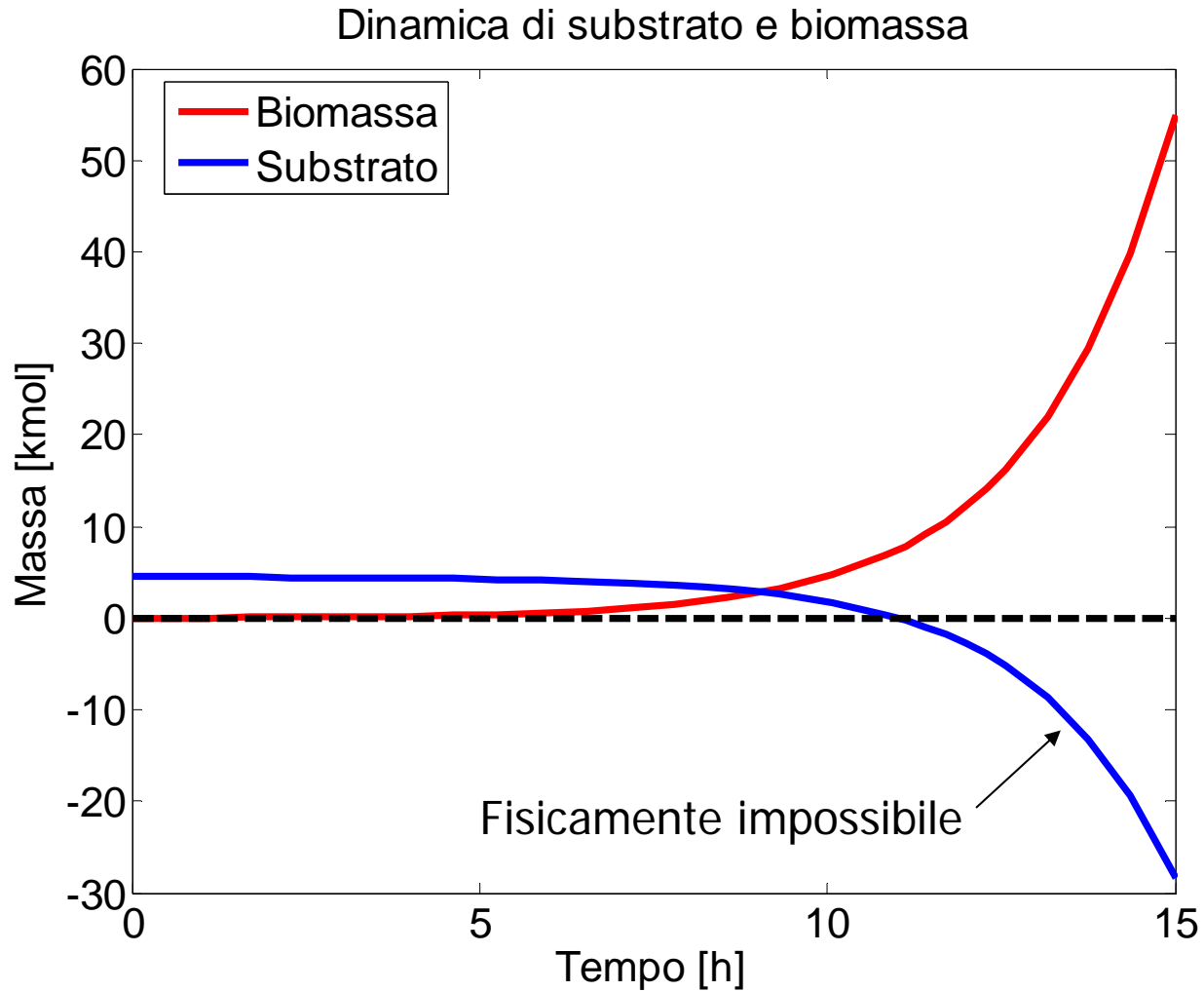
Rappresentazione dei risultati

```
figure(1)
plot(t,B,'r',t,S,'b','LineWidth',3)
set(gca,'FontSize',18)
legend('Biomassa','Substrato',2)
xlabel('Tempo [h]')
ylabel('Massa [kmol]')
title('Dinamica di substrato e biomassa')
grid off
saveas(figure(1),'SistemaBiologico.emf')
```

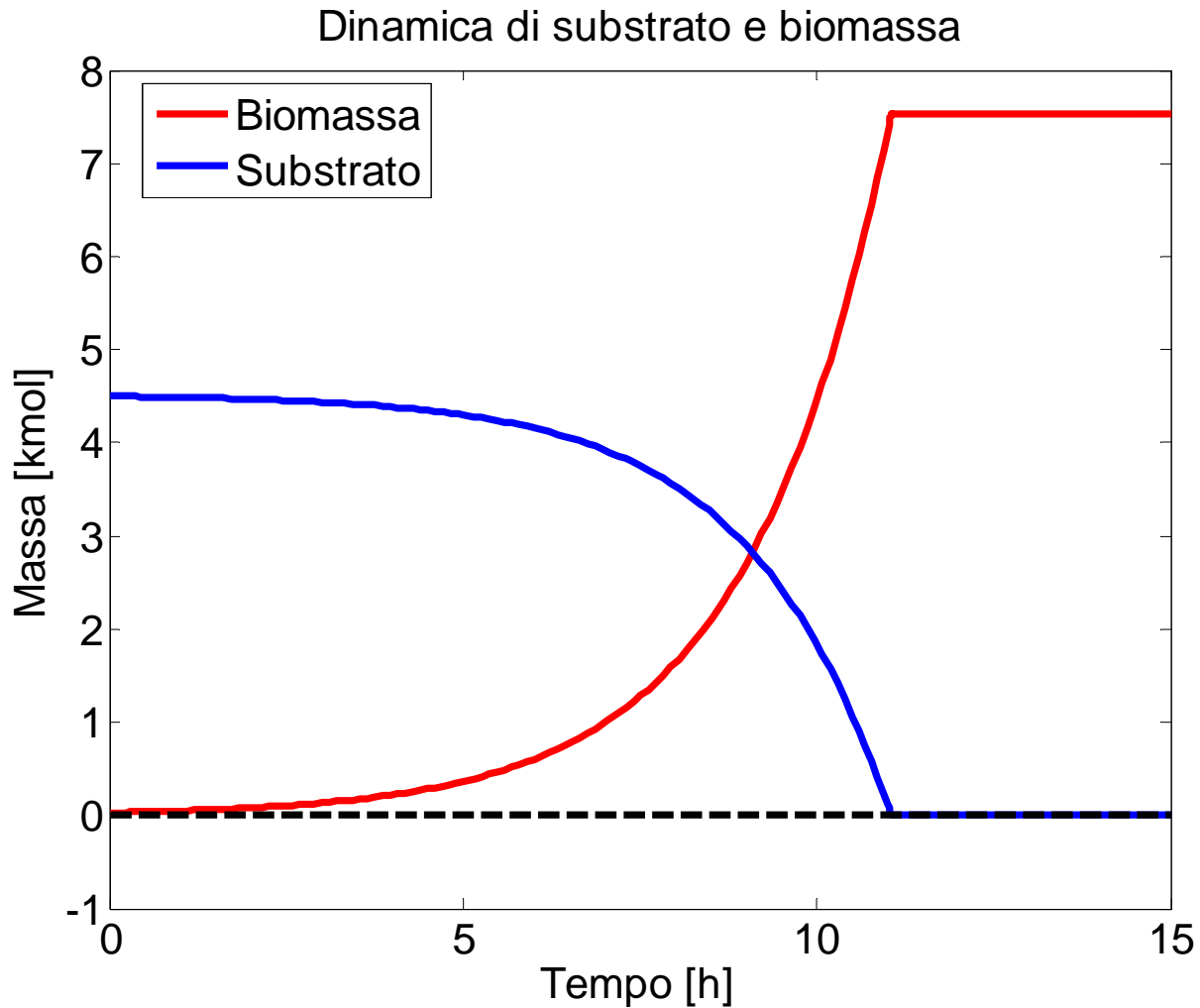
Consiglio: non utilizzare
l'estensione .fig



Dinamica di un sistema biologico (1)



Dinamica di un sistema biologico (2)

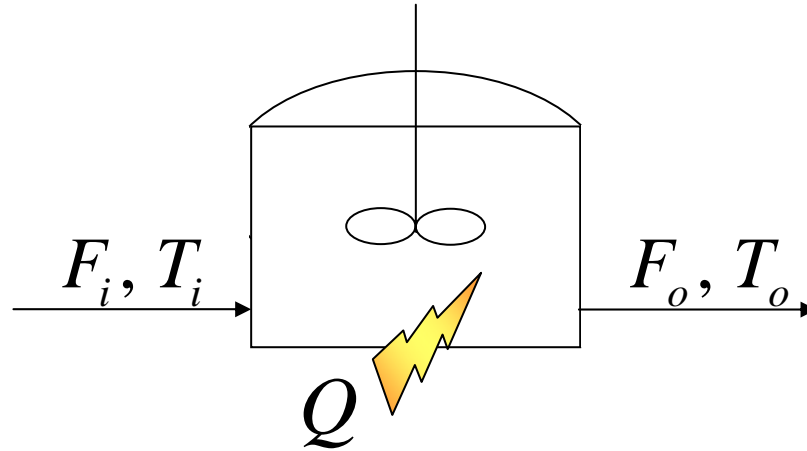


E2 – Dinamica di un CST

- Si consideri un serbatoio di accumulo intermedio perfettamente miscelato (CST) e riscaldato, le cui caratteristiche siano:
 - potenza termica fornita al sistema: $Q = 1 \text{ MW}$
 - portata entrante: $F_i = 8 \text{ kmol/s}$
 - massa contenuta nel CST: $m = 100 \text{ kmol}$
 - calore specifico: $cp = 2.5 \text{ kJ/kmol K}$
 - temperatura corrente in ingresso: $T_i = 300 \text{ K}$

Valutare la dinamica della temperatura in uscita qualora si abbia un disturbo a gradino di 30°C sulla temperatura di ingresso.

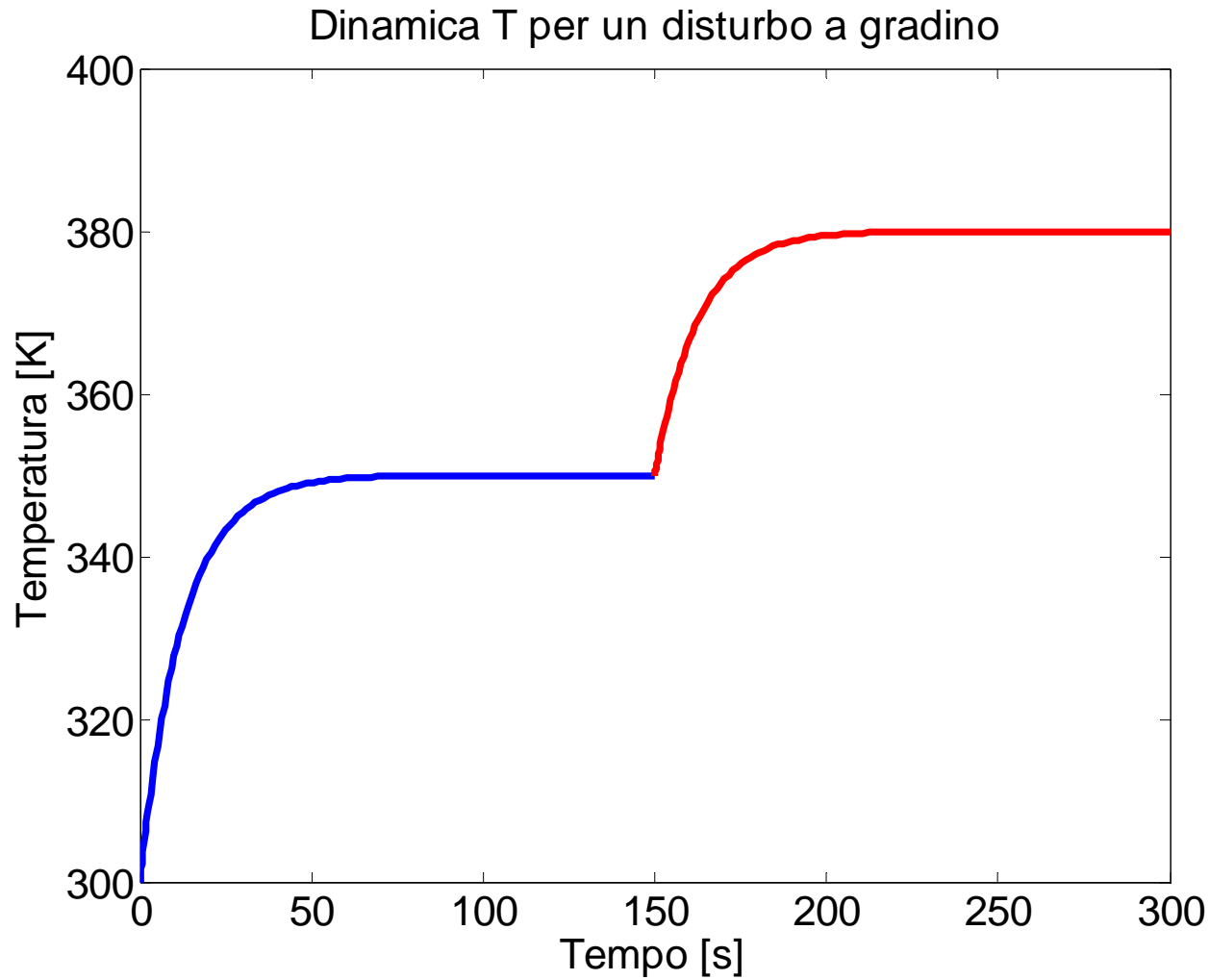
Modello dei sistema



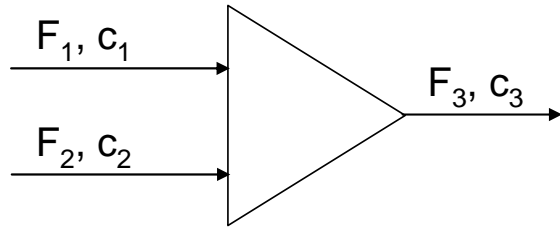
Bilancio di massa : $F_i = F_o$

Bilancio energetico : $m c_p \frac{dT}{dt} = -F_o c_p (T_o - T_i) + Q$

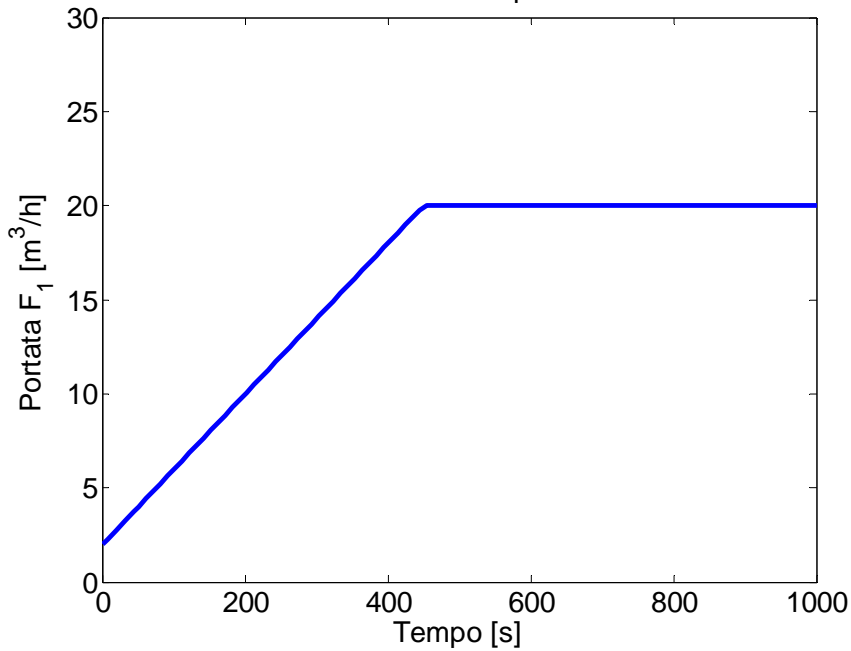
Risultati



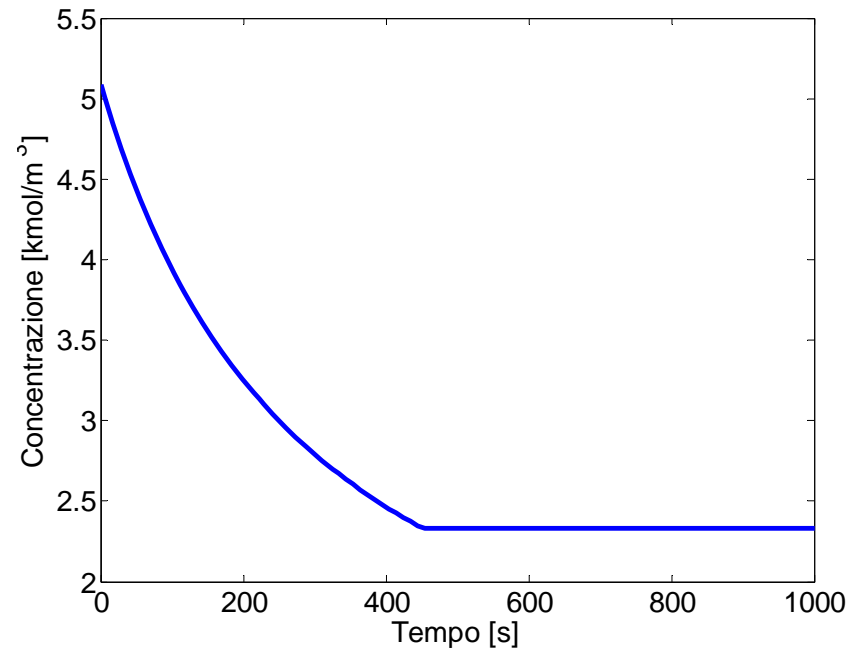
E3 - Mixer



Dinamica della portata



Dinamica della concentrazione



E4 – Dinamiche runaway

